

УДК 378.046.4:372.851:[514.11+514.74]

## ОСОБЛИВОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ СПЕЦІАЛІЗОВАНИХ МЕТОДИЧНИХ КЕЙСІВ У КОНТЕКСТІ ПІДВИЩЕННЯ КВАЛІФІКАЦІЇ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

**Мітельман Ігор**, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри методики викладання і змісту освіти, Комунальний заклад вищої освіти «Одеська академія неперервної освіти Одеської обласної ради».

ORCID: 0000-0002-9817-6690

E-mail: i.m.mitelman@gmail.com

*У статті висвітлено особливості проектування й розвитку під час підвищення кваліфікації вчителів елементів ефективних спеціалізованих компетентнісних кейсів, спрямованих на стимулювання роботи з математично обдарованими учнями.*

*Дослідження ґрунтуються на методах системного науково-методологічного аналізу, синтезу, узагальненні теоретичних положень, моделюванні та практичних висновках.*

*Одержані результати сприяють удосконаленню операційно-технологічної та рефлексивної сфери компетентнісно-орієнтованого навчання розв'язування задач підвищеного рівня складності, серед яких завжди виділяються задачі математичних олімпіад як індикатор якості сформованої фахової компетентності.*

**Ключові слова:** підвищення кваліфікації вчителів, науково-методичний супровід, кейс-метод, базові компетентності вчителів, продуктивні дидактичні структури, методика навчання математики, математично обдаровані учні, олімпіадні задачі з геометрії.

## PECULIARITIES OF MODELLING OF SPECIALIZED METHODICAL CASES IN THE CONTEXT OF PROFESSIONAL DEVELOPMENT OF MATHEMATICS TEACHERS

**Mitelman Ihor**, PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Teaching Methodology and Educational Content, Odessa Regional Academy of In-Service Education.

ORCID: 0000-0002-9817-6690

E-mail: i.m.mitelman@gmail.com

*The practice of mathematics teaching and its scientific, methodical and didactic support in the system of in-service education of modern teachers generates a topical problem of modernization of operational and technological and reflexive functionality of competence-oriented learning of solving high complexity problems, among which the tasks of mathematical olympiads as an indicator of the quality of the established professional competence stand out.*

*In the competency-based and methodical context of working with mathematically gifted students and preparing them for mathematical competitions, the transformation and genesis of the problem material, which is discussed with teachers on in-service training courses, are consistently considered from the perspective of forming productive convolved didactic structures with regard to the features of flexibility,*

*differentiation of levels, algorithmic and structural recognizability, essential for creating convoluted associations.*

*Implementation of the convergence for theoretical approaches to these methodical problems is hampered, for example, by the internal contradictions caused by the subject-object status of teachers undergoing professional development.*

*Our researches and scientific and practical findings, including those aimed at overcoming such contradictions, consolidate the comprehensive use of balanced dynamic synergetic mechanisms based on the emergent effect (as opposed to more traditional mechanisms of dynamic transitions such as “educational activity → quasi-professional activity → educational-professional activity → professional activity”) in the practice of teacher professional development. Such interpretation fundamentally changes the significance and functions of the case method (a form of situational learning), depriving it of the features of an intermediate organizational form in the interpretation of other studies.*

*In the course of the research the methods of systematic scientific and methodological analysis, synthesis, generalization of theoretical positions, modelling and practical conclusions are used.*

*The article highlights and clarifies the structure and interaction of the components of professional competencies of the teacher, the specifics of the approach to designing and developing effective specialized competency-based cases, aimed at stimulating work with mathematically gifted students. The article pays attention to some differences between developing the methodical competencies of a future teacher of mathematics and improving the competencies of a practising teacher. The article presents a model example of a tested situational training devoted to an important class of olympiad-type geometry problems, accumulating a significant layer of mathematical skills of both teachers and students.*

**Keywords:** *professional teacher development, scientific and methodical support, case method, basic competencies of teachers, productive didactic structures, mathematics teaching methodology, mathematically gifted students, olympiad-type problems in geometry.*

Комплексне наукове, науково-методичне та науково-практичне опрацювання питань генезису задачного матеріалу та розширення фахової компетентності вчителів у контексті науково-методичного супроводу поглибленого вивчення математики й підготовки обдарованих учнів до математичних змагань є невід’ємною складовою підвищення кваліфікації вчителів.

Професійну компетентність учителя математики загалом розглядають як сформовану інтегровану систему професійних, методичних знань і умінь, загальної культури та значущих для вчителя особистісних якостей, що проявляються та реалізуються в його педагогічній діяльності [9]. Сформованість цієї системи може розглядатись лише в контексті *гнучкості* та *динамічності*, *відкритості* для подальшого неперервного професійного зростання вчителів. Н. О. Смагулова та інші дослідники вказують на те, що поняття «професійна компетентність учителя математики» містить у собі поняття фахової компетентності, у площині якої О. І. Матяш виділяє [7; 8], зокрема, серед базових компетентностей *математичну, педагогічну, методичну* (на наш погляд, варто говорити переважно про загальнометодичну базову компетентність), а серед *спеціалізованих* предметно-методичних компетентностей учителів математики – методичну компетентність у навчанні учнів алгебри та початків аналізу, методичну компетентність у навчанні учнів геометрії, методичну компетентність у підготовці учнів до математичних олімпіад тощо. Зважимо на те, що розмежування між такими компетентностями може бути лише умовним.

Науково-методичне забезпечення профільного та поглибленого вивчення математики й підготовки обдарованих учнів до математичних змагань призводить до

вивчення поєднання у взаємодії базової математичної компетентності з названими вище спеціалізованими предметно-методичними компетентностями як актуальної педагогічної проблеми.

Звернемо увагу на наявність ґрунтовних досліджень щодо формування методичних компетентностей у системі фахової підготовки майбутнього вчителя математики, досліджень структури методичних компетентностей учителя математики. Питання структури та розвитку *прототипів* методичних компетентностей студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів доречно розглядається в контексті очікуваних результатів щодо потенційної теоретичної та практичної готовності й здатності ефективно розв'язувати стандартні та проблемні методичні задачі з формування математичної компетентності учнів, проведення продуктивних занять за різними навчальними комплектами [2; 7; 8; 18]. Натомість, звернемо увагу, вивчення методичних компетентностей учителя-практика математики традиційно схиляється до всебічного аналізу змісту самого поняття, більш статичної описової фіксації набутих результатів опанування системи методичних знань, умінь і навичок, технологій їхнього втілення в реальній професійній методичній діяльності (дидактико-методичних компетенцій [18] як відображення стійкої системи зовнішніх умов [19]), систематизації реалій педагогічного процесу. В основі розрізнення, дослідження, формування й розвитку методичних компетентностей майбутнього вчителя та вчителя-практика математики (О. І. Матяш, С. О. Скворцова, С. О. Панова, І. А. Шевченко, Н. І. Клокар та ін.) має лежати максимальне врахування особистісно-професійних параметрів (мотиваційний та ціннісно-орієнтаційний статус, актуалізовані педагогічний досвід і педагогічна техніка, взаємодія з широким колом учасників освітнього процесу, управлінськими й методичними структурами різних рівнів як суб'єктами освітньої діяльності тощо).

Виділимо дослідження Л. Ф. Михайленко [10], в якому здійснюється аналіз досвіду професійної підготовки педагогів з точки зору систематизації основних напрямів і тенденцій розвитку методичної компетентності вчителів математики в умовах реформування системи підвищення кваліфікації, докорінного оновлення змісту і технологій професійного зростання вчителя нового покоління (зокрема, у педагогічних закладах вищої освіти). Важливо, що в Порядку підвищення кваліфікації педагогічних і науково-педагогічних працівників, затвердженому Постановою Кабінету Міністрів України від 21 серпня 2019 р. № 800, запроваджено необхідний нормативно-правовий інструментарій для реалізації позитивних змін у цій галузі.

Б. Шварц і Г. Кайзер [23] вивчають сучасні наукові підходи до моделей професійної компетентності і професійного розвитку вчителів математики на основі концепції «експерт – новачок» (expert-novice-approach). Доводиться, що на передній план висувається перспектива розвитку вчителя від «новачка» до «експерта/професіонала» в нерозривній єдності та «переплетінні» зі складною системою оцінювання його компетентностей, причому (як роблять і вітчизняні вчені) враховуються обидві фази розвитку: розвиток на етапі отримання педагогічної освіти і розвиток під час педагогічної діяльності.

Н. І. Клокар під час розробки моделей управління системою підвищення кваліфікації педагогічних працівників на засадах диференційованого підходу звертала увагу на необхідність ґрунтуватись не лише на основних принципах дидактики, а й на

принципах андрагогіки [3; 4]. Тож у дослідженнях Н. І. Клокар пропонувалися *етапні субмоделі* підвищення кваліфікації, споріднені зі згаданою вище концепцією «експерт – новачок», причому з урахуванням традиційної донедавна специфіки освіти дорослих з відповідною кваліфікацією, стажем роботи, рівнем професійної майстерності, фахової компетентності, рівнем сформованості професійної рефлексії. Нові парадигми підвищення кваліфікації педагогічних та науково-педагогічних працівників, діяльності методичної інфраструктури, зокрема, змінюють принципи формування навчальних груп у закладах післядипломної освіти, саме тлумачення індивідуальної траєкторії професійного розвитку вчителя, і тому описані Н. І. Клокар та іншими науковцями класичні стратегії неперервної педагогічної освіти потребують трансформації. В умовах рівневої неоднорідності складу груп виникають додаткові унікальні можливості для фахового зростання вчителів у взаємодії на різних етапах їхнього професійного розвитку в системі «експерт – новачок». Спостерігається все більша затребуваність використання та наукового аналізу активних методів навчання серед яких виділимо кейс-технології (предмет нашої статті), тренінги, дискусії, тьюторський супровід, майстер-класи, постійні тематичні семінари, семінари-практикуми та ін. [21]. Сьогодення докорінно змінює процес неперервного навчання (у різних освітніх форм-факторах) учителів, і сучасний учитель математики сам стає його постійним *об'єктом*. С. В. Толочко в цьому дисертаційному дослідженні [21] звертає увагу на те, що вчителі – зазвичай активні й самостійні – інколи не досягають реалізації власних запитів і можливостей, хоча під час підвищення кваліфікації враховуються особливості навчання дорослих, їхні відмінні освітні, посадові, психологічні ознаки і властивості. У роботі [21] спроектовано систему та методологію формування науково-методичних компетентностей викладачів у післядипломній педагогічній освіті, якими забезпечується принцип паритетності викладачів-андрагогів і учасників заходів з підвищення кваліфікації вчителів, яким ми користуємось надалі. Слід погодитись з визначенням С. В. Толочко професійного розвитку викладача закладу післядипломної освіти в статусі особи, відповідальної за дотримання андрагогічних принципів підвищення кваліфікації вчителів на основі максимального впровадження індивідуалізації навчання, пріоритету самостійного навчання, суб'єкт-суб'єктної взаємодії, урахування досвіду *учня-дорослого*, елективності навчання, розвитку освітніх потреб, критичного мислення, свідомого самоорганізованого навчання.

Наше дослідження базується на методах системного науково-методологічного аналізу наукової, навчально-методичної та психолого-педагогічної літератури, задачних матеріалів математичних змагань для обдарованих учнів, синтезі та узагальненні теоретичних положень та практичних висновків і рекомендацій, які містяться в навчально-методичних та наукових джерелах. У роботі моделюється координація операційно-технологічних (предметно-практичних, дійових), мотиваційних, рефлексивних (саморегулятивних) компонентів професійної компетентності сучасного педагога як під час занять з учителями математики в системі післядипломної педагогічної освіти, так і на стадії їхнього проєктування (бачення функціональної ролі викладача, керівника семінару на описаних заняттях наближається за контекстом до змісту дослідження [21]). Застосовується спостереження й аналіз різних форматів навчання педагогічних працівників, студентів, учнів, узагальнення власного педагогічного досвіду, досвіду інших фахівців.

Матеріали статті апробовані автором на лекціях, семінарах, тренінгах з підвищення кваліфікації вчителів, під час підготовки учнів до математичних змагань та багаторічної діяльності у складі журі та науково-методичних комісій міжнародних, всеукраїнських, обласних олімпіад, турнірів і конкурсів з математики. На цьому рівні інтелектуальні змагання для обдарованої молоді забезпечують належний відбір учасників, залучення до складання завдань та оцінювання робіт фахівців високої наукової та педагогічної кваліфікації, що створює передумови для повноцінної реалізації принципів науковості, перспективності, системності та ін. [5].

Розвиток природничої та математичної освіти як фундаментальної основи для становлення держави спричинює постійне оновлення змісту математичних змагань, упровадження нових освітніх стандартів, перехід до профільної старшої школи, розширення мережі поглибленого та профільного вивчення математики в закладах загальної середньої освіти [16]. Отже, під час заходів з підвищення кваліфікації вчителів математики слід забезпечувати науково-методичну, тренінгову підтримку трансформації вчительських компетентностей щодо стимуляційних впливів на систему компетентностей учнів з високим рівнем освітніх потреб, яка є похідним інтегральним утворенням комплексу відповідних якостей учителя, його внутрішньої мотивації [20].

Стаття ставить за мету зближення і трансформацію наявних специфічних теоретичних та практичних підходів до формування й розвитку професійних компетентностей учителів математики і, частково, студентів математичного профілю закладів вищої педагогічної освіти шляхом спеціалізації кейс-методик (ситуаційної методичної техніки), спрямованих на створення продуктивних згорнутих асоціацій та згорнутих структур мислення [11; 13], на педагогічне стимулювання досягнення обдарованими учнями компетенцій закріпленого освітнього результату – успішного виступу на математичних змаганнях різних рівнів і типів. До того ж, стаття продовжує реалізацію на цій концептуальній базі ідеї моделювання ситуаційних тренінгів на основі обґрунтованих конкретних прикладів евристично орієнтованих систем навчальних задач і вправ, якими наскрізно поєднується теоретична підготовка вчителів, учнів, студентів з практикою розв'язування олімпіадних задач, пошуком дидактичних механізмів навчання цього здобувачів освіти [15].

Науково-дослідний та практичний виміри цієї проблематики, недостатньо вивченої в межах андрагогіки, дидактики підвищення кваліфікації вчителя математики, можуть, з нашої точки зору, насамперед базуватись на висновках та ідеях робіт [1; 3; 4; 7; 8; 19; 22], в яких аналізується структура методичних компетентностей учителів, майбутніх учителів на різних етапах професійної підготовки, післядипломної освіти, безпосередньої педагогічної діяльності в закладах загальної середньої освіти. У компетентнісно-методичному контексті роботи з математично обдарованими учнями та підготовки учнів до математичних олімпіад, турнірів і конкурсів трансформація та генезис задачного матеріалу, який опрацьовується з вчителями на курсах підвищення кваліфікації, послідовно розглядаються з точки зору формування продуктивних згорнутих дидактичних структур з урахуванням важливих для утворення згорнутих асоціацій ознак *гнучкості*, *різнорівневої диференціації*, *алгоритмічності* та *структурної впізнаваності* [11; 13].

Механізм реалізації такого зближення підходів утруднено низкою протиріч, серед яких відмітимо внутрішні протиріччя, які несе суб'єктно-об'єктний статус

учителів, що проходять підвищення кваліфікації. Навіть з урахуванням домінування сучасної «суб'єктно-суб'єктної» парадигми, у межах якої вибудовується педагогічна взаємодія, ситуацію можна схарактеризувати наступним чином. Студенти педагогічних спеціальностей як об'єкти формування методичних компетентностей мають переважно умовний (*гіпотетичний*) суб'єктний статус (на рівні первинних уявлень про сутність майбутньої професійної діяльності, самоідентифікації як майбутнього педагога-предметника, визначення власної освітньої траєкторії в опануванні основних компонентів широкого спектра продуктивних компетентностей, шляхів саморозвитку й подолання формального засвоєння наукових знань та ін.). Водночас, учителі (особливо зі значним стажем роботи, високими категоріями та педагогічними званнями) – як об'єкти розвитку методичних компетентностей – досить міцно утвердились у власному реальному суб'єктному статусі визначальної фахово оснащеної дійової особи освітнього процесу в ланці «вчитель – учень». Будь-які інверсійні зсуви акцентів потребують спеціальних комплексних педагогічних технологій з боку викладачів та методистів закладів післядипломної педагогічної освіти. Освітні установи такого типу, як правило, мають потужний ресурс об'єднання досвіду висококваліфікованих викладачів і методистів, можливість створювати продуктивне професійно-методичне *критичне* середовище, яке для вчителя, що перебуває на навчанні, виходить далеко за звичні межі його навчального закладу (локального методичного об'єднання), технології науково-методичного супроводу інноваційної діяльності.

Н. О. Тарасенкова та І. А. Акуленко виділяють і досліджують чотири групи методичних компетентностей учителя математики загальноосвітньої та профільної школи [1; 19], на яких, вважаємо, доцільно вибудовувати – з обов'язковим урахуванням відповідних особливостей – усі етапи та формати неперервної освіти вчителя математики (включно з навчанням у педагогічному закладі вищої освіти, організацією методичної, інноваційної та експериментально-дослідної роботи в закладах загальної середньої освіти, підвищенням кваліфікації). Для кожної групи методичних компетентностей (за класифікацією Н. О. Тарасенкової та І. А. Акуленко) описуються гносеологічний, аксіологічний, праксеологічний, професійно-особистісний компоненти, причому кожен з них має специфікаційну ієрархію рівнів сформованості [18; 19]. Для вчителя-практика в умовах інституціональних та інших форм підвищення кваліфікації ці рівні мають обов'язково проявлятися, зокрема за ступенями домінантних пізнавальних мотивів та професійних і особистісних модальностей (зауважимо, у нашій ситуації модальна опція «Я – учитель-професіонал» фактично вважається встановленою за «умовчанням»). Усі виділені О. І. Матяш компетентності методичного спектра мають розгортатися за чотирма класифікаційними групами Н. О. Тарасенкової та І. А. Акуленко, після чого утворюються ще і гносеологічний, аксіологічний, праксеологічний, професійно-особистісний «шари», що дає нам тривимірний масив, у якому кожен з «шарів» розділяється ще й на рівні сформованості.

Наші дослідження та науково-практичні напрацювання, зокрема, є спрямовані на подолання описаних раніше протиріч, закріплюють у практиці проведення підвищення кваліфікації вчителів усебічне і постійне використання та/або застосування динамічних збалансованих синергетичних механізмів на основі ефекту емерджентності (на відміну від більш традиційних для навчання майбутніх учителів механізмів динамічних *переходів* на кшталт «навчальна діяльність → квазіпрофесійна діяльність →

навчально-професійна діяльність → професійна діяльність» [18]). Таке тлумачення докорінно змінює значущість та функції кейс-методу (форми ситуаційного навчання), позбавляючи його рис проміжної організаційної форми в трактовці роботи [19].

Реформування освітнього середовища в Україні передбачає оновлення методичного базису роботи з обдарованими учнями, які беруть участь в математичних олімпіадах, проходять навчання в класах з поглибленим і профільним вивченням математики тощо (тобто в умовах підвищеної соціально заданої норми математичної освіти), що потребує особливих підходів до розвитку предметних математичних та методичних компетентностей учителів. Така наукова, педагогічна, методична та практична діяльність відбувається під час реалізації програм підвищення кваліфікації, авторських циклів семінарів-практикумів. Принципово важливою є присутність на таких заходах як учителів, що працюють у класах з профільним (поглибленим) вивченням математики, так і вчителів, які викладають на рівні стандарту – незалежно від наявності досвіду гурткової, факультативної роботи з математики (ці вчителі також мають бути підготовлені з точки зору перспективи роботи зі здібними учнями). Це дає можливість проектувати органічне поєднання застосування кейс-методу з фокус-груповим дослідженням. *Expert-novice-approach* передбачає комплектування фокус-групи на основі виділених двох категорій учителів математики. У кожній фокус-групі сконцентрується специфічний професійний досвід, буде активована власна модальність «Я – учитель-професіонал», позитивна мотивація та ін. Тоді ми дамо означення цієї версії кейс-методу як фокус-групової роботи вчителів-практиків (за допомогою наданих викладачем-модератором теоретичних, науково-методичних, практичних матеріалів) щодо пошуку, локалізації, усвідомлення та чіткого формулювання методичної проблеми (зауважимо, що такі проблеми можуть бути різного рівня значущості та узагальненості, але вони мають бути привабливими з математичної точки зору та «несподіваними» і для досить досвідчених учителів), визначення шляхів вивчення її структури, розв'язання цієї проблеми, створення методичних рекомендацій. Усе це важливо поєднувати з елементами педагогічного дискурсу як основи професійного спілкування під час інтелектуальної взаємодії суб'єктів одного й того ж самого рівня (статусу), котрі ставлять за спільну мету створення корисного інтелектуального продукту в результаті обміну інформацією (тобто інформація не надходить напрямлено від викладача та/або від одного чи декількох учасників), досвідом, їхньої творчої трансформації, інтерпретації, об'єктивізації.

На одному з таких семінарів, присвяченому розв'язуванню олімпіадних геометричних задач аналітичними методами та практиці оцінювання розв'язань, каркас структури кейса був створений на основі наступної задачі 1 як вихідної навчально-методичної ситуації та напрямної моделі-носія [11; 13], запропонованої керівником семінару для спільної роботи обох фокус-груп. Керівник, як модератор, забезпечує під час роботи рівноправність рольових функцій фокус-груп, роз'яснюючи важливість місії кожної з них. При цьому блоки (етап створення навчально-методичної ситуації, підготовчо-корегувальний етап, теоретичний етап, практичний етап, контрольний етап та етап рефлексії) у структурі кейса можуть бути розшаровані і не мати закріпленого розташування.

**Задача 1.** Прямокутник  $ABCD$  і квадрат  $ABICID1$  мають спільний кут  $A$ , прями  $BD$  і  $CC1$  є паралельними. Нехай  $P$  – точка перетину прямих  $AC$  і  $BIC1$ , а  $Q$  – точка

перетину прямих  $ACI$  і  $CD$ . Доведіть, що пряма  $PQ$  паралельна до прямої  $BID1$ .

Керівник семінару розбирає (з науково-методичним аналізом) *синтетичне* розв'язання цієї задачі, після чого фокус-групі **A** (до якої входять насамперед учителі спеціалізованих класів) пропонується розв'язати цю задачу *векторним* методом, фокус-групі **B** решти вчителів – *координатним* методом. На підготовчо-корегувальній частині група **A** і **B** актуалізують (у межах визначених для реалізації методів розв'язування) програмові базові поняття й факти, аналізують подання матеріалу в підручниках, визначають, яких теоретичних відомостей та/або практичних навичок може не вистачити учням відповідних категорій (наприклад, знаходження кутового коефіцієнта прямої, що проходить через дві задані точки, критерій паралельності прямих у термінах кутових коефіцієнтів). Відбувається обмін інформацією, шляхи зближення та вирівнювання (зокрема, засобами факультативних, гурткових, індивідуальних занять) потрібних математичних компетентностей певних учнів, що вивчають математику на рівні стандарту, до рівня учнів математичних класів. Результати підготовчо-корегувальної діяльності та логіко-математичного й семіотичного аналізу варто оформити у вигляді таблиць, блоків, опорних сигнальних та структурно-логічних схем.

Переходимо тепер у нашому кейсі до задачі 2.

**Задача 2** (IV етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики, 2000 р.) [6, с. 70]. Паралелограм  $ABCD$  і ромб  $ABICID1$  мають спільний кут  $A$ , прямі  $BD$  і  $CC1$  є паралельними. Нехай  $P$  – точка перетину прямих  $AC$  і  $BIC1$ , а  $Q$  – точка перетину прямих  $ACI$  і  $CD$ . Доведіть, що  $\angle PQA = 90^\circ$ .

– Група **A** працює над синтетичним доведенням, група **B** – над векторним. Група **B** також оцінює можливість прямого застосування координатного методу. Далі, аналогічно до задачі 1, для задачі 2 також проводиться підготовчо-корегувальна діяльність та логіко-математичний і семіотичний аналіз.

– Керівник семінару (викладач) висвітлює *афінний* характер задачі 2, звернувши увагу на те, що перпендикулярність прямих  $AQ$  і  $QP$  замінюється рівносильним (для цієї задачної ситуації) фактом паралельності прямих  $PQ$  і  $BID1$ .

– Група **A** готує стислий огляд теоретичного, методичного та практичного аспектів вивчення властивостей паралельного проєктування в математичних класах, група **B** – у класах, що працюють за рівнем стандарту. Відбувається порівняльне обговорення на основі професійного досвіду учасників семінару. Звертається увага (за активної участі керівника семінару) на виділення тих теоретичних фактів, яких слід додати до розгляду на уроках, заняттях гуртків і факультативів, для самостійного опрацювання обдарованими учнями, що беруть участь в олімпіадах, турнірах і конкурсах.

– Учасники роблять висновок, що завдяки афінному характеру задача 2 трансформується в раніше розв'язану задачу 1 (наголошуємо, що наявність координатного розв'язання задачі 1 робить задачу 2 нескладною технічною та алгоритмічною вправою *неолімпіадного* характеру, що дає додаткову мотивацію вивчення проблеми та значно підвищує пізнавальну зацікавленість слухачів).

Після реалізації цієї частини сценарію кейса (пошуку, локалізації та усвідомлення) можна розпізнати та сформулювати таку методичну проблему: *навчання прийомам ідентифікації афінного характеру нестандартних (олімпіадних та ін.) геометричних задач та застосування потрібного паралельного проєктування з*



подальшим розв'язуванням трансформованої (значно спрощеної) задачі одним з відомих методів.

Визначивши методичну проблему, варто виконати критичний зворотний аналіз виконаної до цього моменту роботи з необхідною структуризацією напрацьованого матеріалу кейса.

У межах пошуку шляхів вирішення проблеми та розробки методичних рекомендацій (наповнення кейса в допоміжному його розумінні як «папки» з теоретичними, інформаційними, дидактичними та іншими матеріалами, потрібними для практичної роботи з основною проблемою):

- а) визначається обсяг теоретичного матеріалу, який має бути розібраний з учнями (співставляючи це з контентом чинних підручників);
- б) розбираються модельні стандартні приклади (теорема про центроїд трикутника, лема про трапецію та ін.);
- в) складаються дидактичні матеріали у вигляді формувальної системи різнорівневих вправ, якими доповнюється поданий у підручниках матеріал;
- г) визначаються додаткові джерела інформації (підручники, посібники, науково-популярна та методична література, періодичні видання, інтернет-ресурси тощо).

У результаті вчителі, опанувавши нові методичні прийоми навчання розв'язування таких нестандартних геометричних задач методом паралельного проєктування, розширюють власні фахові компетентності.

Для контрольного етапу фокус-групам можна запропонувати:

- а) добірку задач, серед яких учасники семінару з обґрунтуванням обирають такі, що можуть бути розв'язані методом паралельного проєктування.

**Задача 3** (IV етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики, 1995 р.) [6, с. 47]. Відомо, що на сторонах  $AB$  і  $CD$  опуклого чотирикутника  $ABCD$  існують, відповідно, точки  $M$  і  $P$  такі, що  $MC \parallel AP$  і  $BP \parallel MD$ . Доведіть, що прями  $BC$  і  $AD$  є паралельними.

**Задача 4** (IV етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики, 2013 р.) [12]. Нехай  $M$  – середина сторони  $BC$  трикутника  $ABC$ . На його сторонах  $AB$  і  $AC$  позначили відмінні від вершин довільні точки  $E$  і  $F$  відповідно. Нехай  $K$  – точка перетину прямих  $BF$  і  $CE$ ,  $L$  – така точка, що  $CL \parallel AB$  і  $BL \parallel CE$ , а  $N$  – точка перетину прямих  $AM$  і  $CL$ . Доведіть, що прями  $KN$  і  $FL$  є паралельними.

Звернемо увагу на те, що у статті [12], крім розв'язання цієї задачі методом паралельного проєктування, наводяться важливі для формування кейса вчителів інші способи розв'язування (зокрема, застосуванням теореми Паппа – класичної теореми проєктивної геометрії).

б) створення критеріїв оцінювання розв'язань та/або окремих «просувань» для розібраного класу олімпіадних задач за стандартною 7-бальною шкалою з урахуванням набутих на семінарі, практичному занятті на курсах підвищення кваліфікації математичних і методичних компетентностей (це – важлива складова спеціалізованої методичної компетентності вчителя-практика щодо підготовки учнів до математичних олімпіад, оскільки вчителі часто запрошуюються для роботи у складі журі математичних змагань школярів).

Елементи рефлексії (фази усвідомлення, розуміння, критичного переосмислення) слід включати в усі стадії реалізації кейс-методу. Для завершальної частини етапу рефлексії кейс-проєкту в пригоді стане як технологія складання *технологічно-методичних карт* [13], так, наприклад, і *кластерний* підхід, під яким розуміється такий спосіб графічного відображення та/або впорядкування організації (послідовність, взаємозв'язки) розглянутого матеріалу, що сприяє візуалізації математичних і методичних процесів, що відбувались під час розв'язання поставленої проблеми, і який має активно використовуватись для «горизонтальних потоків» розповсюдження набутого методичного досвіду.

Слід зауважити, що застосування різних аспектів *ситуаційної педагогічної та методичної техніки* під час сучасного інституціонального підвищення кваліфікації вчителів має – поряд з очевидними спільними рисами – і суттєві якісні відмінності від використання близьких за змістом навчальних прийомів роботи зі студентами педагогічних спеціальностей (якщо все це розглядати як ланки наскрізної неперервної освіти осіб, які обрали професію вчителя математики).

Накопичені наукові та практичні факти свідчать, що ситуаційна взаємодія, реалізована під час описаного відпрацювання складного насиченого кейса, є важливою рушійною силою координації та синхронізації базових компетентностей учителя математики, включно не лише з педагогічними, математичними та методичними, а й комунікативними та інформаційними компетентностями. При цьому спостерігається актуалізація мотиваційних, рефлексивних, змістових та дійових компонентів, притаманних кожній із компетентностей. Для вчителів створюються оптимальні умови для поступового переходу від керованих кроків до самостійних висновків, дій та подальшого розвитку змістової складової математичних і спеціалізованих методичних компетентностей. Кейс-метод у практиці післядипломної педагогічної освіти доцільно базувати на статусі вчителя як відкритої структури, мотивованої до постійної самоорганізації на основі обміну з професійним середовищем. Інтенсивна ситуаційна робота на складному математичному та методичному матеріалі (приклад якого наведено вище) є однією з фундаментальних засад фахових знань, умінь і навичок, досвіду творчої діяльності – зокрема й для забезпечення якісної підготовки *обдарованих учнів* до математичних олімпіад різного рівня, для викладання математики на поглибленому та профільному рівні. Ця проблематика в неодмінному поєднанні математичних і методичних аспектів є одним з найбільш затребуваних і традиційно складних форматів підвищення кваліфікації, самоосвіти вчителя, оскільки забезпечує чергування двох взаємовиключних процесів – ієрархізації та деієрархізації, виникнення синергетичного ефекту *граничної атракції* [17, с. 12–13].

Перспективи подальших досліджень полягають у вдосконаленні методологічної бази докладного аналізу структури та розвитку фахових компетентностей на основі визначення критеріїв ефективності неперервного теоретичного й практичного післядипломного супроводу професійної діяльності вчителів математики, а також постійного вивчення генезису задачного матеріалу, зв'язків методів розв'язування олімпіадних задач і задач підвищеного рівня складності з розширеним математичним та методичним апаратом.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Акуленко І. А. Компетентнісно орієнтована методична підготовка майбутнього вчителя математики профільної школи (теоретичний аспект). Черкаси: видавець Ю. Чабаненко, 2013. 460 с.
2. Воевода А. Л. Формування методичної компетентності майбутніх учителів фізико-математичних спеціальностей у процесі фахової підготовки. *Фізико-математична освіта*. 2017. № 1. С. 133–137.
3. Клокар Н. І. Управління підвищенням кваліфікації педагогічних працівників в умовах післядипломної освіти регіону на засадах диференційованого підходу: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.06. Київ, 2011. 605 с.
4. Клокар Н. І. Регіональна модель управління системою підвищення кваліфікації педагогічних кадрів. *Народна освіта*. 2015. № 1. URL: [https://www.narodnaosvita.kiev.ua/?page\\_id=3278](https://www.narodnaosvita.kiev.ua/?page_id=3278) (дата звернення: 07.06.2021).
5. Кремінський Б. Г. Теоретичні і методичні засади роботи з інтелектуально обдарованою молоддю з фізики: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02. Київ, 2012. 461 с.
6. Лейфура В. М., Мітельман І. М., Радченко В. М., Ясінський В. А. Математичні олімпіади школярів України (1991–2000): навч.-метод. посіб. Київ: Техніка, 2003. 541 с.
7. Матяш О. І. Теоретичні та методичні засади формування методичної компетентності майбутнього вчителя математики до навчання учнів геометрії. Вінниця: ТОВ «Нілан-ЛТД», 2013. 450 с.
8. Матяш О. І. Удосконалення професійної підготовки вчителя математики в умовах компетентнісного підходу. *Acta Universitatis Pontica Euxinus*. Варна, 2015. Спецвып. С. 241–246.
9. Михайленко Л. Ф., Воевода А. Л. Методична компетентність вчителя математики як педагогічна проблема. *Фізико-математична освіта*. 2019. № 1. С. 135–141.
10. Михайленко Л. Ф. Розвиток методичної компетентності вчителя математики як педагогічна проблема. *Наукові записки Бердянського державного педагогічного університету*. 2020. Вип. 1. С. 359–369.
11. Мітельман І. М. Проблеми формування продуктивних згорнутих дидактичних структур та розв'язування олімпіадних задач про покриття клітчастих областей конгруентними поліміно. *Наша школа*. 2012. № 6. С. 61–72.
12. Мітельман І. М., Радченко В. М., Скороходов Д. С., Шевченко Г. М., Ясінський В. А. Завдання IV етапу ЛІІІ Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики. *Математика в сучасній школі*. 2013. № 10. С. 33–38; № 11 2013. С. 40–46.
13. Мітельман І. М. Розвиток предметно-галузевих компетентностей учителів математики в контексті формування згорнутих дидактичних структур. *Професійна компетентність сучасного педагога: методологія, теорія, методика, практика*: кол. монографія. Одеська акад. неперервної освіти. Одеса: видавець Букаєв Вадим Вікторович, 2019. С. 241–257.
14. Мітельман І. М. Розвиток дійового компонента спеціалізованих компетентностей учителів під час аналізу функціональних рівнянь математичних олімпіад. *Шкільна природничо-математична освіта: виклики та шляхи розвитку*: матеріали Всеукр. наук.-практ. конф., м. Одеса, 25 лист. 2020 р. Одеса, 2020. С. 29–34.
15. Мітельман І. М. Навчання розв'язування олімпіадних задач, пов'язаних із цілою частиною дійсного числа, за допомогою властивостей точок розриву кусково-сталих функцій. *Фізико-математична освіта*. 2019. № 2. С. 107–113.
16. План заходів щодо популяризації природничих наук та математики до 2025 року: затв. Розпорядженням Кабінету Міністрів України від 14 квіт. 2021 р. № 320-р. URL: <https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-zatverdzhennya-planu-zahodiv-shchodo-populyarizaciyi-prirodnichih-nauk-ta-s140421> (дата звернення: 07.06.2021).
17. Селезнёва Е. В. Общая акмеология : учебн. пособ. Москва: РАГС, 2009. 206 с.
18. Скворцова С. О. Формування професійної компетентності майбутнього вчителя математики. *Педагогічна наука: історія, теорія, практика, тенденції розвитку. Е-журнал*. 2010. № 4. URL: <https://skvor.info/publications/articles/print.html?id=120> (дата звернення: 07.06.2021).
19. Тарасенкова Н. О., Акуленко І. А. Методичні компетентності у системі фахової підготовки майбутнього вчителя математики. *Вища освіта України*. 2011. Вип. 3. С. 53–66.
20. Ткачук Л., Ткачук М. Педагогічне стимулювання у структурі професійної компетентності сучасного вчителя. *Збірник наукових праць Уманського державного педагогічного університету*. 2020. Вип. 4. С. 61–66.

21. Толочко С. В. Теоретичні й методичні засади формування науково-методичної компетентності викладачів у системі післядипломної педагогічної освіти: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.04. Київ, 2019. 472 с.
22. Шевченко І. А. Розвиток фахової компетентності вчителів природничих дисциплін у післядипломній педагогічній освіті: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.04. Вінниця, 2018. 260 с.
23. Schwarz B., Kaiser G. The Professional Development of Mathematics Teachers. *Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education*: monograph. Kaiser G., Presmeg N. (Eds). Cham: Springer, 2019. Part 15. P. 325–343.

## REFERENCES

1. Akulenko, I. A. (2013). Kompetentnisno oriietovana metodychna pidhotovka maibutnoho vchytelia matematyky profilnoi shkoly (teoretychnyi aspekt). Cherkasy: vydavets Yu. Chabanenko [in Ukrainian].
2. Voievoda, A. L. (2017). Formuvannia metodychnoi kompetentnosti maibutnikh uchyteliv fizyko-matematychnykh spetsialnostei u protsesi fakhovoi pidhotovky. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education, 1, 133–137* [in Ukrainian].
3. Klokar, N. I. (2011). Upravlinnia pidvyshchenniam kvalifikatsii pedahohichnykh pratsivnykiv v umovakh pislidyplomnoi osvity rehionu na zasadakh dyferentsiiovanoho pidkhodu. *Doctor's Thesis*. Kyiv [in Ukrainian].
4. Klokar, N. I. (2015). Rehionalna model upravlinnia systemoiu pidvyshchennia kvalifikatsii pedahohichnykh kadriiv. *Narodna osvita (E-zhurnal) – Public education (E-journal)*, Issue 1. URL: [https://www.narodnaosvita.kiev.ua/?page\\_id=3278](https://www.narodnaosvita.kiev.ua/?page_id=3278) [in Ukrainian].
5. Kremynskiy, B. H. (2012). Teoretychni i metodychni zasady roboty z intelektualno obdarovanoi moloddu z fizyky. *Doctor's Thesis*. Kyiv [in Ukrainian].
6. Leifura, V. M., Mitelman, I. M., Radchenko, V. M. & Yasynskiy, V. A. (2003). Matematychni olimpiady shkoliariv Ukrainy (1991–2000). Kyiv: Tekhnika [in Ukrainian].
7. Matiash, O. I. (2013). Teoretychni ta metodychni zasady formuvannia metodychnoi kompetentnosti maibutnoho vchytelia matematyky do navchannia uchniv heometrii. Vinnytsia: TOV “Nilan-LTD” [in Ukrainian].
8. Matiash, O. I. (2015). Udoskonalennia profesiinoi pidhotovky vchytelia matematyky v umovakh kompetentnisnoho pidkhodu [Improving the professional training of mathematics teachers in the competency-based approach]. *Mezhdunarodnyj nauchnyj zhurnal «Acta Universitatis Pontica Euxinus». Varna, Specvypusk – International Scientific Journal «Acta Universitatis Pontica Euxinus». Varna, special issue, 241–246* [in Ukrainian].
9. Mykhailenko, L. F., Voievoda, A. L. (2019). Metodychna kompetentnist vchytelia matematyky yak pedahohichna problema. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education, 1, 135–141* [in Ukrainian].
10. Mykhailenko, L. F. (2020). Rozvytok metodychnoi kompetentnosti vchytelia matematyky yak pedahohichna problema [Development of methodical competence of a mathematics teacher as a pedagogical problem]. *Naukovi zapysky Berdianskoho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu – Scientific Notes of Berdyansk State Pedagogical University, Issue 1, 359–369* [in Ukrainian].
11. Mitelman, I. M. (2012). Problemy formuvannia produktyvnykh zghornutykh dydaktychnykh struktur ta rozviazuvannia olimpiadnykh zadach pro pokryttia klitchastykh oblastei konhruentnymi polimino. *Nasha shkola – Our School, 6, 61–72* [in Ukrainian].
12. Mitelman, I. M., Radchenko, V. M., Skorokhodov, D. S., Shevchenko, G. M., Yasynskiy, V. A. (2013). Zavdannia IV etapu LIII Vseukrainskoi uchnivskoi olimpiady z matematyky. *Matematyka v suchasni shkoli – Mathematics in Today's School, 10, 33–38; 11, 40–46* [in Ukrainian].
13. Mitelman, I. M. (2019). Rozvytok predmetno-haluzevykh kompetentnostei uchyteliv matematyky v konteksti formuvannia zghornutykh dydaktychnykh struktur. *Profesiina kompetentnist suchasnoho pedahoha: metodolohiia, teoriia, metodyka, praktyka*. Odesa: vydavets Bukaiev Vadym Viktorovych [in Ukrainian].
14. Mitelman, I. M. (2020). Rozvytok diiovoho komponenta spetsializovanykh kompetentnostei uchyteliv pid chas analizu funktsionalnykh rivnian matematychnykh olimpiad. *Shkilna pryrodnycho-matematychna osvita: vyklyky ta shliakhy rozvytku*: proceedings of All-Ukrainian Scientific and Practical Conference. Odessa [in Ukrainian].

15. Mitelman, I. M. (2019). Navchannia rozviazuvannia olimpiadnykh zadach, poviazanykh iz tsiloiu chastynoiu diisnoho chysla, za dopomohoiu vlastyvostei tochok rozryvu kuskovo-stalykh funktsii. *Fizyko-matematychna osvita – Physical and Mathematical Education*, 2, 107–113 [in Ukrainian].
16. Plan zakhodiv shchodo populyarizatsii pryrodnychyykh nauk ta matematyky do 2025 roku: zatv. *Rozporiadzhenniam Kabinetu Ministriv Ukrainy vid 14 kvit. 2021 r. № 320-r.* URL: <https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-zatverdzhennya-planu-zahodiv-shchodo-populyarizaciyi-prirodnichih-nauk-ta-s140421>.
17. Seleznjova, E. V. (2009). Obshhaja akmeologija. Moskva : RAGS [in Russian].
18. Skvortsova, S.O. (2010). Formuvannia profesiinoi kompetentnosti maibutnoho vchytelia matematyky. *Pedahohichna nauka: istoriia, teoriia, praktyka, tendentsii rozvytku (E-zhurnal) – Pedagogical science: history, theory, practice, development trends (E-journal)*, 4. URL: <https://skvor.info/publications/articles/print.html?id=120> [in Ukrainian].
19. Tarasenkova, N. O., Akulenko, I. A. (2011). Metodychni kompetentnosti u systemi fakhovoi pidhotovky maibutnoho vchytelia matematyky [Methodical competencies in the system of professional training of the future teacher of mathematics]. *Vyshcha osvita Ukrainy – Higher Education in Ukraine*, issue 3, 53–66 [in Ukrainian].
20. Tkachuk, L., Tkachuk, M. (2020). Pedahohichne stymuliuvannia u strukturi profesiinoi kompetentnosti suchasnoho vchytelia [Pedagogical stimulation in the structure of a modern teacher's professional competence]. *Zbirnyk naukovykh prats Umanskoho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu – Collection of scientific works of Uman State Pedagogical University*, issue 4, 61–66 [in Ukrainian].
21. Tolochko, S. V. (2019). Teoretychni y metodychni zasady formuvannia naukovy-metodychnoi kompetentnosti vykladachiv u systemi pisliadyplomnoi pedahohichnoi osvity. *Doctor's Thesis*. Kyiv [in Ukrainian].
22. Shevchenko, I. A. (2018). Rozvytok fakhovoi kompetentnosti vchyteliv pryrodnychyykh dystsyplin u pisliadyplomnii pedahohichnii osviti. *Candidate's Thesis*. Vinnytsia [in Ukrainian].
23. Schwarz, B., Kaiser, G. (2019). The Professional Development of Mathematics Teachers. G. Kaiser, N. Presmeg (Eds). Cham: Springer, part 15, 325–343.