УДК 378.14.015.62

Дмитро Бобилєв,
старший викладач кафедри математики та методики її навчання
Криворізького державного педагогічного університету

МОДЕРНІЗАЦІЯ ЦІЛЕЙ І ЗМІСТУ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОГО АНАЛІЗУ З ПРІОРИТЕТОМ ПРОФЕСІЙНОЇ СПРЯМОВАНОСТІ ТА ФУНДАМЕНТАЛЬНОСТІ

У статті висвітлено ідеї щодо модернізації цілей і змісту методичної системи навчання функціонального аналізу, що спрямовані на формування математичної компетентності та гносеологічного компонента методичної компетентності майбутнього вчителя математики. Визначено загальні цілі підготовки вчителів математики в педагогічних вузах та конструктивні цілі навчання функціонального аналізу, які б відповідали вимогам сучасної середньої школи та розроблено рекомендації по вдосконаленню нині чинної навчальної програми з функціонального аналізу.

Ключові слова: *функціональний аналіз, цілі і зміст методичної системи, фундаменталізація освіти, професійно спрямоване навчання.*

В статье освещены идеи по модернизации целей и содержания методической системы обучения функционального анализа, которые направлены на формирование математической компетентности и гносеологического компонента методической компетентности будущего учителя математики. Определены общие цели подготовки учителей математики в педагогических вузах и конструктивные цели обучения функционального анализа, соответствующие требованиям современной средней школы и разработаны рекомендации по совершенствованию ныне действующей учебной программы по функциональному анализу.

Ключевые слова: *функциональный анализ, цели и содержание методической системы, фундаментализация образования, профессионально направленное обучение.*

In the article the idea to modernize the objectives and content of the methodological training system functional analysis, aimed at the formation of mathematical competence and epistemological component methodical competence of future teachers of mathematics. The general objectives of teacher training in mathematics teaching universities and constructive learning objectives of functional analysis that meet the requirements of a modern high school and developed recommendations to improve the currently existing curriculum on functional analysis; opened possibilities content of educational material on functional analysis and training methods of the discipline in the *formation of the students some mathematics, and teaching of general knowledge and skills. Ideas, methods, terminology, symbols and style of functional analysis permeate almost all areas of mathematics, integrating it into a coherent whole. Knowledge, practical skills learned in the development of the discipline «functional analysis» used by students in the study of professional disciplines, as well as the performance of projects and dissertations.*

Key words: *functional analysis, objectives and contents of methodical system fundamentalization education, vocational training aimed.*

Перебудова школи на принципах гуманізації та демократизації відповідно до Закону України «Про вищу освіту» і Національної доктрини розвитку освіти України у XXI ст. висуває нові вимоги до якості підготовки вчителів, і зокрема, вчителів математики. Головним завданням української освітньої політики є забезпечення сучасної якості освіти на основі збереження її фундаментальності та відповідності актуальним і перспективним потребам особистості і суспільства. На рівні вищої освіти змінюються вимоги до професійної підготовки фахівця, до процесу формування його професійних умінь і якостей особистості. Підвищення ефективності та якості підготовки фахівців до рівня, досягнутого в розвинених країнах, за рахунок підготовки кадрів з новим типом мислення, що відповідає вимогам постіндустріального суспільства.

Основна мета підготовки майбутнього вчителя математики – формування основ його професійної майстерності, яке відбувається не тільки за рахунок таких спеціальних дисциплін, як педагогіка, психологія, методика викладання математики та ін., але і в процесі вивчення дисциплін циклу природничо-наукової, професійної і практичної підготовки. При цьому одне з центральних місць по праву належить курсу функціонального аналізу, що є науковим фундаментом значної кількості понять, фактів і методів шкільного курсу математики. Звичайно, в більшій мірі це відноситься до перших розділів курсу; подальші розділи мають до шкільної програми віддалене відношення, але вони вкрай необхідні для формування математичної культури майбутнього вчителя і для вивчення суміжних дисциплін, тобто мають фундаментальний характер.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Провідна ідея реформи освіти, яка проходить в Україні, полягає в удосконаленні форм і методів навчання, що орієнтують на розвиток пізнавальної активності, творчого мислення учнів, формування у них вміння практично використовувати отримані знання. Це висуває нові, підвищені вимоги до вчителів, до їх безпосередньої практичної роботи і до їх професійної підготовки в період навчання у вищих педагогічних навчальних закладах. Підкреслимо, що головна увага вищої школи має бути зосереджена на всебічному покращенні якості професійної підготовки. Ефективність і якість роботи педагогічних ВНЗ визначаються насамперед тим, наскільки реальний випускник відповідає моделі вчителя. Тому все більш актуальною стає проблема професійної спрямованості навчання студентів фундаментальним дисциплінам. Особливу роль в цьому доцільно відвести функціональному аналізу.

Питанням професійної спрямованості навчання студентів в процесі математичної підготовки в педагогічному ВНЗ присвячено багато досліджень. Теоретичним аспектам професійної спрямованості навчання в процесі підготовки майбутніх вчителів при вивченні дисциплін циклу фундаментальної підготовки приділено увагу в роботах М. В. Босовського [2], М. М. Ковтонюк [4], Г. О. Михаліна [7], М. В. Третяка [8] та ін.

Більшість авторів визнають, що при викладанні дисциплін циклу фундаментальної підготовки не завжди приділяється належна увага формуванню у студента не тільки математичних, а й професійних знань і умінь, однак, мова в цих роботах йде, як правило, або про математичну підготовку взагалі, або про теоретичний зміст певного математичного курсу (рекомендується приділяти особливу увагу навчанню окремих тем, включених до шкільної програми з математики; порівнювати особливості навчання цих тем в педагогічному ВНЗ і в школі і т.д.). Варто підкреслити, що при вивченні перших розділів курсу функціонального аналізу студенти відчувають значні труднощі в порівнянні з вивченням не тільки інших розділів, але і інших навчальних дисциплін. В перших розділах курсу функціонального аналізу є можливість найбільш яскраво продемонструвати студентам, через задачний матеріал, ефективність різних методичних прийомів, роль наочності в навчанні, різні етапи формування понять, як повинна здійснюватися робота над змістом теореми, що сприяє методичній підготовці майбутнього вчителя.

Отже, модернізація шкільної освіти: введення в старшій школи профільного навчання, поява нових освітніх стандартів, різноманітність діючих на даний момент шкільних навчально-методичних комплексів – все це не може не викликати необхідність подальшого вдосконалення методичної системи навчання функціональному аналізу майбутнього вчителя математики в педагогічному ВНЗ.

Мета дослідження – модернізувати цілі і зміст методичної системи навчання функціонального аналізу, що спрямована на формування математичної компетентності та гносеологічного компонента методичної компетентності майбутнього вчителя математики.

Цілями дисципліни «Функціональний аналіз» в професійно спрямованій системі навчання є [6]:

– формування математичної культури студентів, розвиток системного математичного мислення;

– знайомство з основними фундаментальними поняттями, які лежать в основі сучасної теоретичної та прикладної математики (простір, оператор, функціонал);

– набуття навичок роботи з основними поняттями функціонального аналізу та використання основних фактів і результатів у різних задачах прикладної математики;

– підготовка студентів до глибокого сприйняття наступних фундаментальних дисциплін.

Дисципліна є узагальненням на нескінченно мірний випадок ідей алгебри, математичного аналізу та геометрії. Ідеї, методи, термінологія, позначення і стиль функціонального аналізу пронизують майже всі галузі математики, об'єднуючи її в єдине ціле. Знання, практичні навички, отримані при освоєнні дисципліни «Функціональний аналіз» використовуються студентами при вивченні фахових дисциплін, а також при виконанні курсових і дипломних робіт.

Завдання при вивченні функціонального аналізу, розв'язання яких забезпечує досягнення мети:

1) формування розуміння значущості математичної складової в природно-науковій освіті бакалавра та магістра;

2) ознайомлення з системою понять, що використовуються для опису найважливіших математичних моделей і математичних методів в їх взаємозв'язку;

3) формування навичок і вмінь використання сучасних математичних моделей і методів.

Отже, функціональний аналіз є складовою математичної освіти і в той же час є ефективним інструментом розв'язання прикладних задач і базою для вивчення спеціальних дисциплін.

В результаті вивчення дисципліни, в залежності від змісту, формуються професійно спрямовані уміння [5].

Модуль «Метричні простори» складається з двох змістових модулів:

Змістовий модуль 1. Метричні простори (Метрика. Означення метричного простору (МП). Граничні точки, точки дотику, внутрішні та межові точки, ізольовані точки множини. Відкриті, замкнені множини, околи. Повні МП. Стискуючі відображення. Граничні точки, точки дотику, внутрішні та межові точки. Компакти та компактні множини в МП. Метричні компакти. Неперервні відображення метричних компактів. Теорема Арцела). При вивченні цього модуля студенти повинні оволодіти такими вміннями:

– вміти аналізувати чи має теорія, якій належить проблема, ізоморфні теорії;

– вміти аналізувати чи нерозв'язана дана проблема в ізоморфній теорії;

– вміти аналізувати взаємозв'язки досліджуваного математичного об'єкта з відомими об'єктами, а математичної проблеми – з науковими фактами;

– вміти встановлювати ізоморфність математичних об'єктів;

– вміти формулювати твердження, що є окремим випадком гіпотетичного твердження, і твердження більш загальне, ніж розглядуване гіпотетичне;

– вміти відбирати знання, необхідні для доведення або спростування гіпотетичного твердження;

– вміти аналізувати гіпотетичне твердження і у разі можливості розкладати його на простіші;

– вміти побудувати логічну схему доведення;

– вміти будувати контрприклади для спростування гіпотетичного твердження.

Змістовий модуль 2. Принцип стискуючих відображень (Теорема Банаха. Різні способи доведення. Геометрична інтерпретація. Застосування теореми Банаха до розв’язування СЛАР. Застосування теореми Банаха до доведення теореми Коші.). При вивченні цього модуля студенти повинні оволодіти такими вміннями:

– вміти з’ясовувати склад і структуру теорії: поняття, наукові факти, закони, принципи та зв’язки між ними;

– вміти аналізувати теорії на предмет зв’язку з досліджуваним об’єктом та проблемою;

– вміти аналізувати методи теорій на предмет їх придатності для розв’язування існуючої проблеми;

– вміти добирати ефективні методи чисельного аналізу математичних моделей різних задач;

– вміти інтерпретувати, аналізувати та узагальнювати результати розрахунків чисельного експерименту;

– вміти конструювати математичні об’єкти із заданими властивостями;

– вміти аналізувати відомі методи, способи, прийоми, засоби на їх придатність до розв’язування проблеми;

– вміти використовувати індукцію і дедукцію до розв’язування математичної проблеми;

– вміти інтерпретувати отриманий результат в термінах ізоморфних теорій;

– вміти інтерпретувати проблему і отриманий результат в термінах практично важливих проблемних ситуацій, реальних подій, процесів, явищ.

Модуль «Лінійні нормовані простори» складається теж з двох змістових модулів:

Змістовий модуль 3. Лінійні нормовані простори (Означення і приклади лінійних нормованих просторів. Простори Банаха. Різні означення опуклості та його геометрична інтерпретація. Доведення опуклості сфери. Геометрична інтерпретація сфери в $\mathbf{R}^2$ з різними нормами. Компакти та компактні множини в МП. Метричні компакти. Неперервні відображення метричних компактів. Теорема Арцела.). При вивченні цього модуля студенти повинні оволодіти такими вміннями:

– вміти з'ясовувати склад і структуру теорії: поняття, наукові факти, закони, принципи та зв'язки між ними;

– вміти аналізувати теорії на предмет зв'язку з досліджуваним об'єктом та проблемою;

– вміти аналізувати методи теорій на предмет їх придатності для розв'язування існуючої проблеми.

Змістовий модуль 4. Лінійні функціонали і оператори (Означення і приклади лінійних функціоналів. Неперервність та обмеженість лінійного функціоналу. Теореми Банаха про обернений фунціонал. Означення норми лінійного функціоналу. Приклади обчислення норм. Означення і приклади лінійних операторів. Неперервність та обмеженість лінійного оператору). При вивченні цього модуля студенти повинні оволодіти такими вміннями:

– вміти з'ясовувати склад і структуру теорії: поняття, наукові факти, закони, принципи та зв'язки між ними;

– вміти аналізувати теорії на предмет зв'язку з досліджуваним об'єктом та проблемою;

– вміти аналізувати методи теорій на предмет їх придатності для розв'язування існуючої проблеми;

– вміти раціонально і повно використовувати закони логіки;

– вміти аналізувати математичні факти, закономірності і теорії на предмет логічної строгості та повноти;

– вміти бачити логічні прогалини в обґрунтуванні математичних фактів, побудові математичних теорій;

– вміти будувати приклади і контрприклади.

– вміти формулювати нові коректно поставлені задачі;

– вміти оцінювати перспективність розв'язування математичної задачі;

– вміти досліджувати коректність постановки математичної задачі.

Аналіз особливостей змістових ліній функціонального аналізу дозволяє уточнити формулювання ряду предметно-професійних компетентностей, стверджуючи, що основними цілями фундаментальної підготовки вчителя математики в рамках даної лінії є в тому числі такі:

– володіння поняттям простору; знання класичних розділів функціонального аналізу, основних теоретичних методів; наявність додаткових знань у галузі теорії операторів; вміння коректно викласти логіку розвитку поняття відстані учням;

– знання класичних ортонормованих систем і вміння користуватися методами ортогоналізації для їх побудови;

– розуміння місця простору в загальній структурі математичного знання; усвідомлення глибинних зв'язків теорії операторів з прикладною математикою, алгеброю, аналізом, геометрією;

– вміння розв'язувати класичні задачі на доведення;

– знання історії розвитку операторів;

– вміння реалізовувати класичні методи і алгоритми елементарної математики;

– здатність до самостійного отримання теоретичних знань, проектування та своєчасної корекції власного освітнього маршруту в даній предметній області.

Аналогічно основними цілями фундаментальної підготовки вчителя математики в рамках лінії функціонального аналізу є в тому числі такі:

– знання класичних розділів функціонального аналізу, основних ідей і методів функціонального аналізу, наявність додаткових знань в області застосування функціонального аналізу, володіння прийомами розв'язання задач шкільного курсу з позицій різних метричних просторів (ФА-1);

– знання класичних просторів, у тому числі сфери їх застосування (ФА-2);

– розуміння місця функціонального аналізу в загальній структурі наукового знання, усвідомлення глибинних зв'язків функціонального аналізу з інформатикою, чисельними методами та математичним програмуванням (ФА-3);

– вміння розв'язувати класичні задачі на доведення існування та єдності розв'язку (ФА-4);

– знання історії розвитку функціонального аналізу, ролі функціонального аналізу в теоретичному обґрунтуванні різних галузей прикладної і фундаментальної математики (ФА-5);

– вміння реалізовувати класичні методи й алгоритми на мові функціонального аналізу, володіння додатковими методами функціонального аналізу, здатність конструювати математичний зміст функціональної та метричної складової шкільного курсу (ФА-6);

– здатність до самостійного отримання знань в області фундаментальної математики, до проектування і своєчасної корекції власного освітнього маршруту в даній предметній області (ФА-7);

– володіння естетичної складової функціонального аналізу (ФА-8);

– вміння використовувати можливості функціонального аналізу для підвищення свого загальнокультурного рівня (ФА-9).

Розглянемо як формується поняття збіжності послідовності {xn} в метричному просторі R в системі професійно спрямованого навчання.

Даємо означення [3]. Границею послідовності {xn} називається елемент x0єR, якщо

$$\lim_{n\to\infty} r(x_n, x_0) = 0.$$

І записується це так: $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x_0$, або $x_n \to x_0$.

Послідовність, що має границю, називається збіжною. Послідовність, що не має границі, називається розбіжною.

Слід на лекції в формі евристичного полілогу [1] звернути увагу студентів на те, що оскільки за формою дане означення не відрізняється від відомого з курсу математичного аналізу, то більшість відомих їм властивостей збіжних послідовностей залишаються без змін:

– якщо послідовність збігається, то вона має єдину границю;

– якщо послідовність {xn} збігається до елемента x0, то довільна її підпослідовність $\{x_{n_k}\}$ також збігається до елемента x0;

– якщо послідовність {xn} збігається до x0, послідовність {yn} збігається до y0, то $\lim\limits_{n\to\infty} r(x_n, y_n) = r(x_0, y_0)$.

Необхідно запропонувати довести дані властивості мовою функціонального аналізу. Після чого перейти до вивчення збіжності у просторі Rn. Нехай послідовність $x^{(k)} = (x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)})$ належить простору Rn. Після формулювання означення студентам пропонується довести такі твердження:

Теорема 1. Збіжність за метрикою простору Rn еквівалентна покоординатній збіжності.

Теорема 2. Якщо a – гранична точка для множини E, то з E можна виділити послідовність точок, що збігається до a.

На останок студенти формулюють означення збіжність у просторі l2 і доводять наступні теореми.

Теорема. Із збіжності послідовності точок x(к) до точки x простору l_2 випливає покоординатна збіжність x(к) до x.

У просторі l_2 задана послідовність так званих координатних ортів:

$$e_n = (\underbrace{0,\dots,0,1}_{n},0,\dots)(n \in N).$$

Теорема. Послідовність координатних ортів утворює базис у просторі l_2.

Визначено загальні цілі підготовки вчителів математики в педагогічних вузах та конструктивні цілі навчання функціонального аналізу, які б відповідали вимогам сучасної середньої школи та розроблено рекомендації по вдосконаленню нині чинної навчальної програми з функціонального аналізу; розкриті можливості змісту навчального матеріалу з функціонального аналізу та методів навчання цієї дисципліни у формуванні в студентів деяких математичних, методичних і загальнопедагогічних знань і вмінь.

Перспективи подальших розвідок вбачаємо у розробці лекцій та практичних занять з дисципліни «Функціональний аналіз», які найбільш повно відповідають запропонованим цілям, та їх запровадження у реальний навчальний процес підготовки майбутнього вчителя математики.

На нашу думку, найбільш реально цього досягти, якщо паралельно з предметним матеріалом дисципліни пропонувати матеріал методологічного характеру. Викладач, включаючи в структуру змісту курсу функціонального аналізу, завдання в яких необхідно класифікувати зміст аналізу функцій однієї і декількох змінних з позиції різних просторів функцій, буде виводити студентів на новий щабель засвоєння навчального матеріалу та отримання необхідних знань, які будуть носити більш виражений професійно спрямований і фундаментальний характер.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ:

1. Бобылев Д. Е. Организация эвристической деятельности студентов при изучении функционального анализа (на примере темы «Принцип сжимающих отображений и его применение») / Д. Е Бобылев // Science and Education a New Dimension. – Pedagogy and Psychology. – Budapest, 2013. – I(7). – Issue: 14. – С. 93–96.
2. Босовський М. В. Наступність у вивченні теорії границь у загальноосвітніх та вищих навчальних закладах [Текст]: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Босовський Микола Васильович; Черкас. нац. ун-т ім. Б. Хмельницького. – Черкаси, 2010. – 20 с.
3. Кадець В. М. Курс функціонального аналізу та теорії міри [Текст]: підручник / В. М. Кадець; пер. з рос. Я. С. Магола, д-р фіз.-мат. наук І. Е. Чижиков; за наук. ред. проф. О. Б. Скаскіна. – Львів: І. Е. Чижиков [вид.], 2012. – 589 с. – (Університетська бібліотека; т. 1).
4. Ковтонюк М. М. Фундаменталізація професійної підготовки майбутнього вчителя математики – бакалавра [Текст]: монографія / Ковтонюк Мар'яна Михайлівна. – Вінниця: Фірма «Планер», 2013. – 424 с.
5. Лов'янова І. В. Місце професійно спрямованих умінь в структурно-логічній схемі пропедевтичного курсу функціонального аналізу / І. В. Лов'янова, Д. Є. Бобилєв // Science and Education a New Dimension. – Pedagogy and Psychology. – Budapest, 2015. – III(36). – Issue: 74. – С. 35–38.
6. Лов'янова І. В. Система професійно спрямованих умінь студентів при навчанні функціонального аналізу / І. В. Лов'янова, Д. Є. Бобилєв // Педагогіка вищої та середньої школи. – 2015. – № 46. – С. 45–52.
7. Михалін Г. О. Формування основ професійної культури вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу [Текст]: дис... д-ра пед. наук: 13.00.04 / Г. О. Михалін; Національний педагогічний ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2004. – 480 с.
8. Третяк М. В. Формування математичної культури студентів у процесі вивчення теорії міри і інтеграла в педагогічних та класичних університетах [Текст]: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Третяк Микола Васильович; Черкас. нац. ун-т ім. Богдана Хмельницького. – Черкаси, 2014. – 20 с.