

УДК 378.018.8:373.5.011.3-051:51

ТЕХНОЛОГІЯ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ У МЕТОДИЧНІЙ ПІДГОТОВЦІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Бевз Валентина, доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри математики і теорії та методики навчання математики, Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова.

ORCID: 0000-0001-8508-1118

E-mail: bezvvalya@gmail.com

Годованюк Тетяна, кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики та методики навчання математики, Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини.

ORCID: 0000-0002-7087-7102

E-mail: tgodovanyuk@ukr.net

Розглянуто особливості технології розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики і способи впровадження цієї технології у процесі методичної підготовки студентів. Здійснено аналіз основних аспектів проблеми розвитку критичного мислення. Встановлено місце і значення математичних теорем і задач на доведення у навчанні математики та формуванні критичного мислення учнів і вчителів. Розкрито педагогічну доцільність використання завдань, що стосуються доведення математичних тверджень, як ефективного засобу розвитку навичок критичного мислення студентів.

***Ключові слова:** критичне мислення, технологія, доведення, задачі, теореми, прийоми розумової діяльності, майбутні вчителі математики, методична підготовка студентів.*

TECHNOLOGY OF CRITICAL THINKING DEVELOPMENT IN THE METHODOICAL TRAINING OF INTENDING MATHEMATICS TEACHERS

Bezv Valentina, Doctor of Sciences in Pedagogics, Professor, Professor in the Department of Mathematics and Theory and Methodology of Mathematics, National Pedagogical Dragomanov University.

ORCID ID: 0000-0001-8508-1118

E-mail: bezvvalya@gmail.com

Hodovaniuk Tetiana, PhD in Pedagogics, Associate Professor, Associate Professor in the Department of Higher Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University.

ORCID ID: 0000-0002-7087-7102

E-mail: tgodovanyuk@ukr.net

The technology features of critical thinking development in the intending mathematics teachers at the pedagogical university are considered. The study of mathematics takes place in the conditions of creating, investigating and substantiating specific mathematical models, and therefore has a significant potential for the critical thinking development in subjects of the educational process. Teaching younger generation the skills and abilities to analyze and prove statements, to allocate significant connections in objects and phenomena, to choose rational methods for solving abstract and applied problems is the task for both school and teacher. There is a need for appropriate training of the intending teachers at a pedagogical university. Methods of introducing this technology in the process of student methodological training are shown. Examples of tasks related to the proof in school geometry curriculum are described. The place and significance of mathematical theorems and problems in teaching mathematics, shaping a critical thinking in students and teachers is established. Pedagogical expediency of the use of tasks concerning the proof for mathematical statements as an effective means of students' critical thinking development is disclosed. Specific types of interactive tasks that can be used in the methodological training of the intending mathematics teachers shape their skills in the proof of mathematical statements and the development of critical thinking are highlighted. The proposed activities are oriented to teach students find the necessary information, analyze and critically evaluate it, make assumptions and conclusions, etc.

Keywords: *critical thinking, technology, proof, tasks, theorems, techniques of mental activity, intending mathematics teachers, methodical training.*

Світ і суспільство сьогодні розвиваються так швидко і не прогнозовано, що важко на кілька років наперед визначити, які знання та уміння в першу чергу знадобляться випускникам шкіл у майбутньому. Проблема встановлення ключових компетентностей успішної людини є предметом дослідження багатьох науковців і обговорення на зібраннях найвищого рівня. На рубежі нового тисячоліття фахівці в галузі освіти дійшли висновку, що високий рівень знань молоді в одній з галузей не гарантує їм конкурентоспроможності на ринку праці та успішної професійної самореалізації. Десять ключових навичок, які знадобляться випускникам університетів і шкіл для успішної кар'єри в 2020 році були визначені експертами Всесвітнього економічного форуму в Давосі. Перші три місця посідають: комплексне розв'язання проблем, критичне мислення і креативність. Слід зауважити, що на 2015 рік ці навички посідали відповідно перше, четверте і десяте місця.

У цьому контексті заслуговує на увагу думка групи американських педагогів про те, що розвиток критичного мислення стає найактуальнішим за часів інтенсивних соціальних змін, коли неможливо діяти без постійного пристосування до нових політичних, економічних або інших обставин, без ефективного вирішення проблем, значна частина яких не передбачувана. У цьому сенсі є очевидною життєва необхідність формування критичного мислення для вітчизняної освітньої системи. Тільки таким шляхом ми можемо стверджувати розвиток відповідно до вимог світового інформаційного суспільства та просуватися далі у напрямі демократії [10, с. 7].

Навчання математики має значний потенціал для розвитку у суб'єктів освітнього процесу критичного мислення, оскільки засвоєння та використання математичних знань відбувається в умовах створення, дослідження та обґрунтування конкретних математичних моделей. Для цього потрібно мати навички проведення математичних досліджень і генерування нових ідей, уміння аналізувати та доводити (спростовувати) твердження, виділяти істотні зв'язки та відношення в об'єктах і явищах, обирати адекватні та раціональні методи розв'язання абстрактних і прикладних задач тощо. Формування таких умінь і навичок у підростаючого покоління покладено на школу,

зокрема, на вчителя математики. За цих умов виникає необхідність у відповідній підготовці майбутніх учителів у педагогічному університеті.

Технологія розвитку критичного мислення вже багато років використовується у країнах Західної Європи, США та Канади. Проблеми розвитку критичного мислення досліджували А. Кроуфорд [10], С. Курфіс [14], Д. Макінстер [10], С. Метьюз [10], Р. Поль [15], В. Саул [10], Д. Халперн [11], Д. Хетчер [13] та інші зарубіжні науковці.

Прошло вже багато років з того часу, як психологи розпочали розробку та дослідження різних програм, спрямованих на ефективне навчання навичкам критичного мислення (С. Курфіс [14], Д. Халперн [11]). Значним успіхом користувалася робота Д. Халперн, у якій підкреслювалося, що освіта, розрахована на перспективу, має будуватися на основі двох неподільних принципів: вмінні швидко орієнтуватися в стрімко зростаючому потоці інформації і знаходити потрібне, і вмінні осмислити і застосувати отриману інформацію [11, с. 13]. Основна ідея роботи – навичкам критичного мислення можна навчитися під час навчальних занять, а потім використовувати в різних ситуаціях. Довгий час запропонована Д. Халперн технологія розвитку критичного мислення вважалася панацеєю і активно впроваджувалася у найрізноманітніших ланках освіти. З часом погляди науковців розділилися – одні продовжували ідеалізувати критичне мислення та можливість його формування [15], а інші – критично ставилися до розглядуваної технології і подавали результати досліджень, які свідчили про незначний вплив навчання на формування критичного мислення та відсутність ефективних вимірників [13].

Останнім часом ця технологія стає популярною і на теренах України. Цьому, зокрема, послужили зміни, що відбуваються в нашій державі та світі, та переклад українською роботи «Технології розвитку критичного мислення учнів» [10].

Сьогодні в Україні практичні аспекти формування критичного мислення розглядаються стосовно організації навчання у закладах освіти різних рівнів. У контексті теми статті заслуговують на увагу роботи, що стосуються підготовки майбутніх фахівців у закладах вищої освіти, зокрема навчання математичних дисциплін (В. В. Заїкіна [3], О. М. Потапова [6]) і підготовки майбутніх учителів (С. М. Тарасова [9], Б. А. Сусь, Б. Б. Сусь [8]).

Формування критичного мислення майбутніх учителів математики під час навчання в університеті розглядають М. Астаф'єва, В. Прошкін і С. Радченко [2]. Авторами обґрунтовано, що геометрія (зокрема, конструктивна й проєктивна), її методи й задачі мають невичерпні можливості для формування критичного мислення у процесі професійної підготовки майбутніх учителів математики [2, с. 112]. На їх думку, особлива увага має бути приділена системному оволодінню студентами методами розв'язування задач на побудову, оскільки вони активізують творчий потенціал індивіда, його ініціативність, винахідливість, розвивають дослідницькі навички, виховують уміння висловлювати обґрунтовані судження, здатність самостійно приймати рішення, розвивають конструктивні навички, в цілому підносять на якісно новий рівень культуру мислення [2, с. 107].

На нашу думку, ефективним засобом формування критичного мислення у процесі підготовки майбутніх учителів математики є задачі на доведення та теореми. Проблему навчання студентів доведенню теорем у процесі професійної підготовки частково висвітлювали І. Акуленко [1], Н. Кугай [4], С. Раков [7] та інші. Розглядалися

питання про місце і значення доведень у навчанні математики, про важливість доведень у навчанні майбутніх учителів тощо.

– Доведення математичних тверджень дозволяє відповісти не тільки на питання що істинне або хибне але і більш за те – відповісти на питання, чому твердження істинне або хибне. Доведення також повинно дати переконливу відповідь на питання чому твердження істинне і передбачає аргументи, які є переконливими для конкретного суб'єкта (учня, студента, науковця), які відповідають його типу мислення, його типу інтуїції, його досвіду тощо, іншими словами – переконливе доведення індивідуальне. Звідси впливає потреба в різних способах доведень. Досить згадати безліч доведень теореми Піфагора – геометричних, алгебраїчних, кожне з яких відповідає стилю мислення автора і кожне з яких знайде користувача того, для якого саме це доведення буде найбільш переконливим (С. Раков [7, с. 6]).

– Математичний аналіз, алгебра, диференціальні рівняння, теорія ймовірностей та інші традиційно подаються у вигляді дедуктивної теорії. Це передбачає виконання великої кількості доведень. Практика показує, що студентам важко впоратися з таким завданням, бо вивчення шкільного курсу математики не забезпечило у майбутніх студентів достатнього рівня сформованості вмінь доводити математичні твердження курсу алгебри і початків аналізу та недостатньо підготувало їх до розуміння необхідності логічного доведення. Потреба в доведеннях не приходить сама по собі, її розуміння є результатом навчання і виховання (Н. Кугай [4, с. 2]).

Підтримуємо думку цих науковців, але слід зазначити, що досі поза увагою залишилося питання про особливості формування умінь доводити математичні твердження майбутніх учителів математики в процесі методичної підготовки.

Мета статті – розглянути особливості впровадження технології розвитку критичного мислення в процес методичної підготовки майбутніх учителів математики. Розкрити педагогічну доцільність використання завдань, що стосуються доведення математичних тверджень, як ефективного засобу розвитку навичок критичного мислення студентів.

Методична підготовка майбутніх учителів математики здійснюється протягом усього періоду навчання в педагогічному університеті в процесі вивчення всіх навчальних дисциплін. У той же час курс «Методика навчання математики» спеціально спрямований на формування професійно компетентного вчителя математики загальноосвітнього навчального закладу. В умовах реформування шкільної математичної освіти виникає нагальна потреба в осучасненні цього курсу на основі використання активних та інтерактивних методів навчання. Здійснити це можна різними способами, зокрема на основі технології розвитку критичного мислення.

Відомо, що методична підготовка включає опанування студентами відповідного навчального матеріалу і формування в них прийомів розумової діяльності: загальних розумових дій (аналіз, синтез, аналіз через синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення, аналогія, класифікація) та специфічних розумових дій (запам'ятовування, розуміння, інтуїтивне мислення, критичне мислення). Існують різні підходи до тлумачення критичного мислення. У контексті нашої статті доцільно визнати, що критичне мислення – це вміння логічно мислити та аргументувати. Для конкретизації поняття та розкриття його сутності будемо послуговуватися тлумаченням, запропонованим Г. Шолом [12, с. 7], а саме: критичне мислення – це особливий вид

розумової діяльності, характерними ознаками якого є: вироблення стратегій прийняття правильних рішень у розв'язанні будь-яких завдань на основі аналізу та опрацювання відомостей; здійснення рефлексивних дій (аналітичних, перевірочних, контролюючих, оцінних), які виконуються стосовно будь-якого об'єкта чи явища, зокрема і власного процесу мислення; виважений аналіз різних думок та поглядів, вияв власної позиції, об'єктивне оцінювання процесу і результатів як своєї, так і сторонньої діяльності.

Як бачимо, все перелічене вище характеризує процес розв'язування задач на доведення та вивчення теорем. Терми і їх доведення є засобом розвитку логічного, евристичного, абстрактного та дедуктивного мислення здобувачів освіти, сприяють формуванню критичності мислення, обґрунтованості суджень, послідовності доказових міркувань, чіткості висловлення думки тощо. Однак, як показує сучасний стан математичної підготовки, у переважній більшості учнів та студентів відсутні належні вміння та навички щодо виконання доведень. Саме тому особливої актуальності набуває питання навчання майбутніх учителів математики виконувати доведення теорем зі шкільного курсу математики та їх методичної підготовки до навчання учнів доведенням.

Істотну роль у вивченні математики відіграють теореми, тобто твердження, в справедливості яких потрібно переконатися. Особливо важливу роль теореми відіграють у геометрії. Вперше ідею доведення у геометрію ввів основоположник грецької математики, творець наукової математики, філософ, математик, астроном Фалес Мілетський. Вчений прагнув обґрунтувати встановлення математичних правил шляхом доведення теорем.

У навчальній програмі з математики для закладів загальної середньої освіти зазначається, що одним із загальних завдань шкільної математичної освіти є формування здатності логічно обґрунтовувати та доводити математичні твердження. Крім того, серед специфічних освітніх завдань, вказується на необхідність ознайомлення зі способами і методами математичних доведень, формування умінь їх практичного використання [5].

Сьогодні проблема навчання учнів доведенню математичних тверджень є досить актуальною, оскільки як показує аналіз досліджень та власний досвід роботи зі студентами (вчорашніми учнями), переважна більшість здобувачів освіти не надають важливого значення вмінню виконувати доведення. На актуальність проблеми вказують і результати проведеного опитування вступників до закладів вищої освіти, які підтверджують, що вивчення доведень і опанування способів пошуку доведень знаходяться поза фокусом уваги учнів під час навчання у школі, оскільки такі завдання не виносяться на заключний етап державної підсумкової атестації випускників закладів середньої освіти і не включені до зовнішнього незалежного оцінювання з математики [1, с. 7].

На превеликий жаль, як зазначають І. Акуленко і Т. Максименко [1], другорядне значення навчанню доведень надають і студенти – майбутні вчителі математики.

Основними причинами, які впливають на такий стан речей, на нашу думку є:

- відсутність вимоги пам'ятати доведення на кінець навчального року;
- формалізм у знаннях і вміннях учнів;
- відсутність на уроці аналітико-синтетичної діяльності учнів, спрямованої на пошук доведення;

- відсутність мотивації до вивчення доведень;
- неналежний рівень фактичної підготовки вчителів математики.

Запровадження технології розвитку критичного мислення уможливило одночасне виконання двох важливих завдань у підготовці майбутнього вчителя математики.

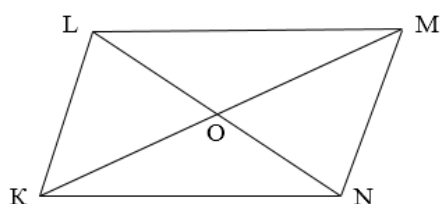
1. Створюються реальні умови для розвитку критичного мислення самих студентів – майбутніх учителів математики. Студентів навчають використовувати переконливу аргументацію, розглядати різні варіанти вирішення проблеми, наводити контр приклади, знаходити власне розв’язання проблеми та обґрунтувати його доцільність тощо.

2. У студентів формується готовність до використання технології розвитку критичного мислення у подальшій педагогічній діяльності. Вони набувають досвіду здійснення раціональної аргументації (формулювання твердження чи основної ідеї, добору переконливих аргументів чи контр прикладів, доведення чи спростування твердження тощо), зокрема і в процесі доведення теорем зі шкільного курсу математики.

Розглянемо конкретні прийоми організації навчально-пізнавальної діяльності студентів для формування в них умінь доводити математичні твердження в умовах використання технології розвитку критичного мислення.

- Уміння оперувати аргументами, аналізувати, обґрунтовувати висновки.

Завдання 1. Подайте аргументи (на основі фактів, аксіом, означень чи раніше вивчених теорем) до кожного етапу доведення даної теореми.



Теорема. Якщо діагоналі чотирикутника перетинаються і в точці перетину діляться навпіл, то такий чотирикутник паралелограм.

Доведення

Нехай $KLMN$ – даний чотирикутник, $LO = ON$, $KO = OM$, де O – точка перетину діагоналей. Тоді:

Твердження	Аргумент
$\Delta KLO = \Delta NMO$	
$\angle OMN = \angle OKL$	
$KL \parallel NM$	
$LM \parallel KN$	

Виконання таких завдань активізує розумову діяльність студентів, сприяє осмисленню вже встановлених істин, відтворенню раніше здобутих знань, розвитку логічного мислення тощо.

- Уміння виділяти необхідну інформацію (істотні ознаки та властивості) та опрацьовувати її, робити припущення, ухвалювати обґрунтовані рішення.

Завдання 2. 1) За рисунком і даними на слайді сформулюйте теорему. 2) Доведіть сформульовану теорему.

Виконання даного завдання передбачає групову роботу студентів. З цією метою студентів слід поділити на дві групи, кожна з яких отримує три комплекти пазлів. Приклади пазлів наведено на рис. 1.

Група 1.



а)

Група 2.



б)

Рис. 1

Група 1.

Теорема 1. У паралелограма протилежні сторони рівні, протилежні кути рівні.

Теорема 2. Середня лінія трикутника, яка сполучає середини його сторін, паралельна третій стороні й дорівнює її половині.

Теорема 3. Дві прямі, паралельні третій прямій, паралельні між собою.

Група 2.

Теорема 1. Діагоналі ромба перетинаються під прямим кутом. Діагоналі ромба є бісектрисами його кутів.

Теорема 2. Середня лінія трапеції паралельна основам і дорівнює їх півсумі.

Теорема 3. Дві площини паралельні, якщо одна з них паралельна двом прямим, які лежать у другій площині і перетинаються.

Під час групової роботи студенти мають дотримуватися всіх етапів роботи над теоремою: виділити умову і висновок, знайти спосіб її доведення (пошук ключової ідеї, плану, способу чи методу доведення), виконати доведення, здійснити аналіз виконаного доведення (аналіз раціональності доведення, пошук інших способів доведення тощо). За бажанням студентів вони можуть у процесі роботи з пазлами поділитися на підгрупи, кожна з яких працюватиме над окремим пазлом.

Для презентації результатів виконання завдання кожна група висуває своїх представників (по 3 представники від кожної групи, по одному на кожну теорему), які демонструють роботу над теоремою відповідно до поставленого завдання.

Група-суперник може задати по 3 запитання доповідачам під час роботи над теоремою. Питання можуть носити фактичний або методичний характер. Якщо відповіді на запитання є правильними, повними і повністю задовольняють суперників, то виконання завдання зараховується.

Виконання таких завдань сприяє розвитку логічного та дослідницького мислення, формуванню послідовних, доказових міркувань, вдосконаленню прийомів розумової діяльності тощо.

– Уміння розглядати проблему з різних позицій, встановлювати причинно-наслідкові зв'язки, аналізувати та оцінювати власні та чужі висловлювання, спростовувати хибні твердження.

Ефективною у навчанні майбутніх учителів математики розв'язуванню геометричних задач на доведення, на нашу думку, є технологія «Математична

карусель».

Математична карусель – командне змагання. Для цього необхідно розподілити студентів на кілька команд (в залежності від кількості студентів), кожна з яких у своєму складі має містити не більше 6 гравців. Використання даної технології передбачає, що учасники кожної команди можуть перебувати як на так званому початковому рубежі, так і на заліковому рубежі. Протягом змагання команди можуть перейти із початкового рубежу на заліковий і навпаки. Переміщення команд із рубежу на рубіж нагадує катання на каруселі.

Опишемо правила роботи за даною технологією.

1. Спершу всі учасники команд знаходяться на початковому рубежі і розташовуються у певному порядку (нумерацію учасників визначає команда): № 1, № 2, № 3 і т.д.

2. Кожній команді дається задача на доведення, яку команда має розв'язати. Наприклад задача: *доведіть, що висота прямокутного трикутника, опущена з вершини прямого кута, розбиває його на два трикутники, подібні даному.*

Коли команда розв'язала завдання, тоді гравець під №1 презентує розв'язок іншим командам. Гравці інших команд можуть задавати запитання щодо уточнення правильності розв'язання задачі.

3. Якщо відповідь гравця, що презентує задачу, задовольняє і є правильною, то команда переходить на заліковий рубіж. Якщо ж відповідь не правильна, або ж гравець не зміг дати відповіді на запитання гравців команд суперників, то команда залишається на початковому рубежі, а гравець сідає у кінець черги. Аналогічні дії виконують гравці інших команд.

4. Команди, що перебувають на різних рубежах не мають спілкуватися між собою і працюють незалежно між собою.

5. Кожна із команд на початковому і на заліковому рубежах щораз отримує нову задачу.

6. Якщо на початковому рубежі команда задачу розв'язує неправильно, а на заліковому – правильно, то всі залишаються на своїх місцях. Якщо ж гравець команди на заліковому рубежі дав неправильну відповідь – команда повертається на початковий рубіж.

7. За кожен правильну відповідь на заліковому рубежі гравці отримують бали, на початковому – можливість перейти на заліковий рубіж.

8. Задачі (на розсуд викладача) можуть видаватися в порядку, спільному для всіх команд, або так, що однакові з ліку задачі є різними для різних команд. Про це учасників слід попередити заздалегідь.

Виконання запропонованих завдань має ряд переваг над традиційним виконанням завдань інших видів:

- Розвиток логічного, критичного, обчислювального та дослідницького мислення майбутніх учителів математики.
- Виконання кожного із завдань не допускає формального засвоєння навчального матеріалу.
- Робота в групах передбачає дискусію щодо ідей виконання завдання. Кожен із учасників може висловити свою власну позицію щодо виконання завдання, оцінити припущення і аргументи інших учасників, задати запитання з метою одержання точнішої інформації або її перевірки.

- Представлення результатів сприяє розвитку вміння математично та методично грамотно подавати матеріал, влучно обирати мовленнєві засоби для побудови висловлювань, обстоювати власну думку та думку інших, давати відповіді на запитання, нести відповідальність за не лише за себе, а й за своїх співгрупників.

Отже, використання технології розвитку критичного мислення в процесі методичної підготовки майбутніх учителів математики сприяє усвідомленню ними необхідності навчання учнів доведенню математичних тверджень не з позиції запам'ятовування, а з позиції розуміння та застосування. Фактичні знання та методичні вміння майбутніх учителів математики стають інструментом побудови ефективної педагогічної взаємодії у процесі навчання учнів доведенню теорем.

Критичне мислення – складний процес, що виражається особливим видом розумової діяльності. Його формування у майбутніх учителів – невід'ємна складова їх підготовки в педагогічному університеті. Ефективним засобом розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики є задачі на доведення та теореми. Запропоновані способи організації процесу розв'язування задач на доведення створюють реальні умови для розвитку критичного мислення студентів і формуванню у них готовності до використання технології розвитку критичного мислення у подальшій педагогічній діяльності. У процесі доведення теорем та розв'язування задач на доведення, студенти набувають досвіду визначати проблеми та розглядати їх з різних точок зору, порівнювати різні погляди і підходи для розв'язання встановлених проблем, знаходити потрібну інформацію, аналізувати та критично оцінювати її, робити припущення та аргументувати висновки, висловлювати власні ідеї та аналізувати і оцінювати чужі. Набутий у такий спосіб досвід забезпечить молодому поколінню можливість повноцінно жити і працювати в умовах швидкоплинних змін у світі.

Подальші дослідження доцільно спрямувати на використання технології розвитку критичного мислення майбутніх учителів математики в процесі здійснення науково дослідницької діяльності.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Акуленко І. А., Максименко Т. І. Навчання учнів доведень теорем (погляд учителів). *Вісник Черкаського університету. Серія «Педагогічні науки»*. 2017. № 13–14. С. 7–15.
2. Астафєва М., Прошкін В., Радченко С. Формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії. *Освітологічний дискурс*. 2018. № 1–2(20–21). С. 100–112.
3. Заїкіна В. В. Розвиток критичного мислення при вивченні математичних та економічних дисциплін *Університетські наукові записки*. 2015. № 1. С. 426–434.
4. Кугай Н. В. Розвиток умінь старшокласників доводити твердження у процесі вивчення алгебри і початків аналізу: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. Київ. 2007. 20 с.
5. Математика 5–9 класи: навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas>.
6. Потапова О. М. Задачі як засіб формування критичного мислення у студентів технічних спеціальностей ВНЗ під час вивчення математичного аналізу. *Педагогіка вищої та середньої школи*. Кривий Ріг, 2014. Вип. 43. С. 71–76.
7. Раков С. А. Роль доведень у навчанні математики та їх підтримка засобами комп'ютерного моделювання у пакетах динамічної геометрії. *Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 2 : Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання*. 2012. № 12. С. 16–29.
8. Сусь Б. А. Формування фахової компетентності майбутніх вчителів шляхом розвитку їх критичного мислення. *Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету ім. Івана Огієнка. Сер.: Педагогічна*, 2013. Вип. 19. С. 55–57.

9. Тарасова С. М. Формування педагогічної майстерності майбутнього вчителя засобами розвитку критичного мислення. *Науковий вісник Миколаївського державного університету імені В. О. Сухомлинського. Серія: Педагогічні науки*, 2012. Вип. 1.38(2). С. 29–32.
10. Технології розвитку критичного мислення учнів / А. Кроуфорд, В. Саул, С. Метьюз, Д. Макінстер; Наук. ред., передм. О. І. Пометун. Київ: Плеяди. 2006. 220 с.
11. Халперн Д. Психологія критического мышления. СПб.: Питер, 2000. 512 с.
12. Шолом Г. І. Розвиток критичного мислення старшокласників у процесі навчання інформатики: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. Київ, 2013. 20 с.
13. Hatcher, D. L. (2015). Critical thinking instruction: a realistic evaluation: the dream vs. reality. *INQUIRY: Critical Thinking Across the Disciplines*, 30(3), 4–19.
14. Kurfiss, J. (1988). Critical thinking: Theory, research, practice and possibilities (ASHE-Eric higher education report no. 2). Washington, DC: Associate for the Study of Higher Education.
15. Paul, R. W. (2011). Reflections on the nature of critical thinking, its history, politics, and barriers, and its status across the college/university curriculum. Part I. *INQUIRY: Critical Thinking Across the Disciplines*, 26(3), 5–24.

REFERENCES

1. Akulenko, I. A., Maksymenko, T. I. (2017). Navchannia uchniv doveden teorem (pohliad uchyteliv). *Visnyk Cherkaskoho universytetu. Seriiia «Pedahohichni nauky»*, 13–14, 7–15 [in Ukrainian].
2. Astafieva, M., Proshkin, V., Radchenko, S. (2018). Formuvannia krytychnoho myslennia maibutnikh uchyteliv matematyky zasobamy heometrii. *Osvitolohichniy diskurs – Educational discourse*, 1–2(20–21), 100–112 [in Ukrainian].
3. Zaikina, V. V. (2015). Rozvytok krytychnoho myslennia pry vyvchenni matematychnykh ta ekonomichnykh dystsyplin. *Universytetski naukovi zapysky – University Scientific Notes. 1*, 426–434 [in Ukrainian].
4. Kuhai, N. V. (2007). Rozvytok umin starshoklasnykiv dovodyty tverdzhennia u protsesi vyvchennia alhebry i pochatkiv analizu. *Extended abstract of candidate's thesis*. Kyiv [in Ukrainian].
5. *Matematyka 5–9 klasy: Navchalna prohrama dlia zahalnoosvitnikh navchalnykh zakladiv* (2017). URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas> [in Ukrainian].
6. Potapova, O. M. (2014). Zadachi yak zasib formuvannia krytychnoho myslennia u studentiv tekhnichnykh spetsialnostei VNZ pid chas vyvchennia matematychnoho analizu. *Pedahohika vyshchoi ta serednoi shkoly – Pedagogy of higher and secondary schools, issue 43*, 71–76 [in Ukrainian].
7. Rakov, S. A. (2012). Rol doveden u navchanni matematyky ta yikh pidtrymka zasobamy komp'uternoho modeliuвання u paketakh dynamichnoi heometrii. *Naukovyi chasopys NPU imeni M. P. Drahomanova. Seriiia 2: Kompiuterno-oriientovani systemy navchannia. 12*, 16–29 [in Ukrainian].
8. Sus, B. A. (2013). Formuvannia fakhovoi kompetentnosti maibutnikh vchyteliv shliakhom rozvytku yikh krytychnoho myslennia. *Zbirnyk naukovykh prats Kamianets-Podilskoho natsionalnogo universytetu im. Ivana Ohiiienka. Ser.: Pedahohichna, issue 19*, 55–57 [in Ukrainian].
9. Tarasova, S. M. (2012). Formuvannia pedahohichnoi maisternosti maibutnoho vchytelia zasobamy rozvytku krytychnoho myslennia. *Naukovyi visnyk Mykolaivskoho derzhavnoho universytetu imeni V. O. Sukhomlynskoho. Seriiia : Pedahohichni nauky, issue 1.38(2)*, 29–32 [in Ukrainian].
10. *Tekhnolohii rozvytku krytychnoho myslennia uchniv* (2006) / A. Krouford, V. Saul, S. Metiuz, D. Makinster; Naук. ред., передм. О. І. Пометун. Kyiv, Pleiady [in Ukrainian].
11. Halpern, D. (2000). Psihologija kriticheskogo myshlenija. SPb.: Piter [in Russian].
12. *Tekhnolohii rozvytku krytychnoho myslennia uchniv* (2006) / A. Krouford, V. Saul, S. Metiuz, D. Makinster; Naук. ред., передм. О. І. Пометун. Kyiv, Vydvo «Pleiady» [in Ukrainian].
13. Hatcher, D. L. (2015). Critical thinking instruction: a realistic evaluation: the dream vs. reality. *INQUIRY: Critical Thinking Across the Disciplines*, 30(3), 4–19.
14. Kurfiss, J. (1988). Critical thinking: Theory, research, practice and possibilities (ASHE-Eric higher education report no. 2). Washington, DC: Associate for the Study of Higher Education.
15. Paul, R. W. (2011). Reflections on the nature of critical thinking, its history, politics, and barriers, and its status across the college/university curriculum. Part I. *INQUIRY: Critical Thinking Across the Disciplines*, 26(3), 5–24.