

**Ткачук Андрій**

доцент кафедри

загальнотехнічних дисциплін

та методики трудового навчання

**Ткачук Іван**

доцент кафедри фізики

та методики її викладання

Кіровоградський державний

педагогічний університет

ім. В. Винниченка

## **ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ЗАГАЛЬНИХ УМОВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ СТАТИКИ АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТІЛА НА РІВНОВАГУ ЗБІЖНОЇ СИСТЕМИ СИЛ**

*В статті розглянуті особливості вивчення загальних умов розв'язування задач статики абсолютно твердого тіла на рівновагу збіжної системи сил шляхом використання алгоритмізації послідовності аналітичного розв'язку. Даний підхід дає можливість майбутнім вчителям технологічної освіти при вивченні такого розділу технічної механіки, як теоретична механіка (статика абсолютно твердого тіла), більш повноцінно засвоювати матеріал та виробити ефективну систему знань, умінь і навичок, необхідних при вивченні наступних розділів: опору матеріалів, теорії механізмів і машин, деталей машин.*

**Ключові слова:** *технічна механіка, статика абсолютно твердого тіла, система збіжних сил, алгоритм розв'язку задач.*

*В статье рассмотрены особенности изучения общих условий решения задач статики абсолютно твёрдого тела на равновесие сходящейся системы сил путём использования алгоритмизации последовательности аналитического решения. Данный подход даёт возможность будущим учителям технологического образования при изучении такого раздела*

*технической механики, как теоретическая механика (статика абсолютно твёрдого тела), более полноценно усваивать материал и выработать эффективную систему знаний, умений и навыков, необходимых при изучении следующих разделов: сопротивления материалов, теории механизмов и машин, деталей машин.*

**Ключевые слова:** *техническая механика, статика абсолютно твёрдого тела, система сходящихся сил, алгоритм решения задач.*

*The article discusses the features of the study general conditions for solving problems of statics absolutely solid on the balance of converging force system by using the algorithmization of the sequence of analytic interpretation. This approach enables future teachers to technology education in the study of such a section of technical mechanics, as a theoretical mechanics (statics absolutely solid), more fully absorb the material and develop an effective system of knowledge and skills needed to study the following topics: the resistance of materials, theory of mechanisms and machinery, machine parts.*

**Key words:** *technical mechanics, statics absolutely solid, converging force system, algorithm for solving.*

Наукові основи технічної підготовки вчителів з технологічної освіти є базовою і системотвірною ланкою у формуванні їхніх професійних знань та умінь, що зумовлює внесення відповідних змін та коректив у зміст навчальних дисциплін техніко-технологічного циклу. Аналіз системи професійної підготовки вчителів технологічної освіти у вищих навчальних закладах засвідчив, що рівень технічної підготовки майбутніх учителів є недостатнім для кваліфікованого виконання своїх обов'язків у сучасних умовах, які позначені переорієнтацією трудового навчання на проектно-технологічну діяльність учнів [1].

Розв'язанню практичних проблем реформування змісту технологічної освіти та розробці теоретико-методичних засад підготовки вчителів присвячені дослідження В. Гусєва, Р. Гуревича, О. Коберника, О. Коваленко, Г. Кондратюка, Г. Левченка, В. Мадзігона, В. Сидоренка, В. Степенка, Г. Терещука та інших [2].

Одним із основних шляхів реформування освіти, визначених Державною національною програмою «Освіта. Україна ХХІ століття», є запровадження у навчальний процес сучасних педагогічних технологій та науково-методичних досягнень. Пріоритетними в освіті є нове ставлення до

знань та інтелекту підростаючого покоління.

З огляду на це, актуальним є питання розробки наукових засад технічної підготовки майбутніх вчителів технологічної освіти, що потребує теоретичного обґрунтування та експериментальної перевірки ефективності структурних змін у навчальних програмах і посібниках з технічних навчальних дисциплін.

Відповідно до вимог Болонського процесу, технічна підготовка вчителів технологічної освіти потребує нового підходу до формування її змісту. За таких умов здійснюється безпосередній вплив досягнень сучасних вимог до професійної підготовки вчителів на зміст освіти, пов'язаний із рівнем науково-технічного прогресу, а також непрямий – за рахунок виникнення сучасних виробничих та інформаційних технологій [3].

«Теоретична механіка» – перший розділ курсу «Технічна механіка», який є однією з головних професійно-орієнтованих дисциплін для майбутніх учителів зі спеціальності «0101 Педагогічна освіта. 6.010103 Технологічна освіта» [4]. Вивчення цього розділу забезпечує підготовку студентів до оволодіння методичними знаннями та уміннями конструкторсько-технологічного характеру, що будуть їм необхідні при вивченні таких наступних розділів, як «Опір матеріалів», «Теорія механізмів і машин», «Деталі машин».

Навчальним планом на вивчення розділу «Теоретична механіка» передбачено 108 годин: 34 години лекцій, 16 годин практичних та 58 годин – на самостійне опрацювання матеріалу. Підвищення ефективності підготовки майбутнього фахівця, на наш погляд, полягає в пошуку шляхів оптимального використання різних засобів, методів та форм засвоєння навчального матеріалу. У цій роботі показано ефективний метод поліпшення рівня засвоєння матеріалу через алгоритмізацію послідовності аналітичного розв'язування задач на прикладі вивчення однієї з тем дисципліни – «Система збіжних сил» [5].

Так, при вивченні загальних умов розв'язування задач статички на рівновагу збіжної системи сил, нами запропонована наступна послідовність:

1. Прочитавши умову задачі та виписавши вихідні дані, слід визначити об'єкт дослідження, тобто те тіло (точку), рівновагу якого слід розглянути в даній задачі.

2. Зобразити (розставити) у вигляді векторів усі діючі на дане тіло (і тільки на дане тіло) активні сили і сили реакцій в'язей. При визначенні напрямку сил реакцій в'язей і зображенні цих сил на малюнку слід дотримуватись вимог, що наведені в п. 2.2 лекції № 2 [5].

3. Звільнити від в'язей вибране тіло і замінити їх дію силами реакцій

в'язей; Звільнене від в'язей тіло з прикладеною до нього системою активних сил і сил реакцій слід зображати окремо (коли буде набутий достатній навичок, можна вибране тіло виділяти з конструкції подумки і зображати всі діючі на нього активні сили і реакції в'язей на загальному рисунку).

4. Розглянути рівновагу даного твердого тіла як вільного з урахуванням активних сил і реакції в'язей.

5. Вибрати координатні осі та скласти рівняння рівноваги, які б виражали аналітичні умови рівноваги тіла.

**Аналітичні умови рівноваги просторової системи збіжних сил:** для рівноваги просторової системи збіжних сил  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$  необхідно і достатньо, щоб алгебраїчні суми проекцій сил системи на три взаємно

перпендикулярні осі  $\left( \sum_{i=1}^n F_{ix}, \sum_{i=1}^n F_{iy}, \sum_{i=1}^n F_{iz} \right)$  дорівнювали нулю –

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n F_{ix} = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = 0; \\ \sum_{i=1}^n F_{iy} = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = 0; \\ \sum_{i=1}^n F_{iz} = F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{nz} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де система рівнянь (1) і є рівняннями рівноваги.

Для складання рівнянь рівноваги необхідно спочатку вибрати осі координат. При застосуванні аналітичних умов рівноваги велике значення має саме вдалий вибір системи координат. Цей вибір можна проводити довільно, проте отримані рівняння рівноваги будуть розв'язуватись простіше, якщо одну з осей направити перпендикулярно до лінії дії будь-якої невідомої сили реакції. Розв'язок отриманих рівнянь рівноваги слід, як правило, проводити до кінця в загальному вигляді. Тоді для шуканих величин будуть одержуватись формули, що дозволяють проаналізувати отримані результати. Числові значення заданих величин підставляються тільки в кінцеві формули, що дає змогу відстежити правильність обраних розмірностей.

**При розв'язуванні задач на рівновагу збіжної плоскої системи сил аналітичним методом** за початок координат звичайно вибирають точку, в якій збігається система сил. Якщо дві сили розглядуваної системи взаємно

перпендикулярні, то осі координат зручно напрямити вздовж цих сил. Якщо ж взаємно перпендикулярних сил немає, то осі координат напрямляють довільно, наприклад вісь  $x$ -ів – горизонтально, вісь  $y$ -ів – вертикально.

**При розв'язуванні задач на рівновагу збіжної просторової системи сил аналітичним методом** початок координат також зручно вибрати в точці прикладання сил. Якщо дві невідомі сили нормальні одна до одної, то дві координатні осі рекомендується напрямити по цих силах. Взагалі, слід вибрати систему координат так, щоб сили, які діють на тіло, були розміщені по можливості в координатних площинах. При такому виборі осей координат значно полегшується проектування сил на ці осі, а тим самим і складання рівнянь рівноваги.

У випадку симетричного розміщення невідомих сил відносно координатної осі іноді можна зробити висновок про рівність цих сил, виходячи безпосередньо з міркувань симетрії. Проте слід пам'ятати, що цей самий результат можна дістати також з рівнянь рівноваги, отже, умови симетрії можуть замінити іноді деякі з рівнянь рівноваги.

На початку, до вироблення навичок в складанні рівнянь рівноваги, корисно значення проєкцій сил на координатні вісі заносити в таблицю. Це полегшує перевірку розв'язку та пошуку можливої помилки.

**6.** Визначити невідомі величини, розв'язавши рівняння рівноваги.

Як **приклад застосування алгоритму для аналітичного розв'язку задачі на рівновагу просторової збіжної системи сил**, розглянемо наступне:

вантаж, на який діє сила тяжіння  $\vec{P}$ , прикріплений за допомогою тросу до шарніру  $D$ , що кріпиться до вертикальної стіни трьома стержнями, два з яких розташовані в горизонтальній площині, а третій – у вертикальній, за допомогою шарнірів. Сила опору вантажу від вітру  $\vec{R}$  горизонтальна і паралельна стіні. Визначити силу натягу тросу  $\vec{S}$  та зусилля в стержнях  $\vec{S}_1$ ,  $\vec{S}_2$ ,  $\vec{S}_3$ , вважаючи стержні невагомими (рис. 1, *a*). Кути  $\alpha$  і  $\beta$  – задані.

**Дано:**  
 $\vec{P}$ ,  $\vec{R}$ ,  
 $\alpha$ ,  $\beta$

$\vec{S}$ ,  $\vec{S}_1$  – ?  
 $\vec{S}_2$ ,  $\vec{S}_3$  – ?

**Розв'язання:**

**1–2.** На вантаж  $E$ , що знаходиться в рівновазі, діє система трьох збіжних сил, які розташовані у вертикальній площині паралельно стіні (рис. 1, *б*). Це сила тяжіння  $\vec{P}$ , сила опору вантажу від вітру  $\vec{R}$  і сила натягу тросу  $\vec{S}$ , що направлена по ньому. Сила  $\vec{S}$  повинна зрівноважити рівнодіючу сил  $\vec{P}$  і  $\vec{R}$ .

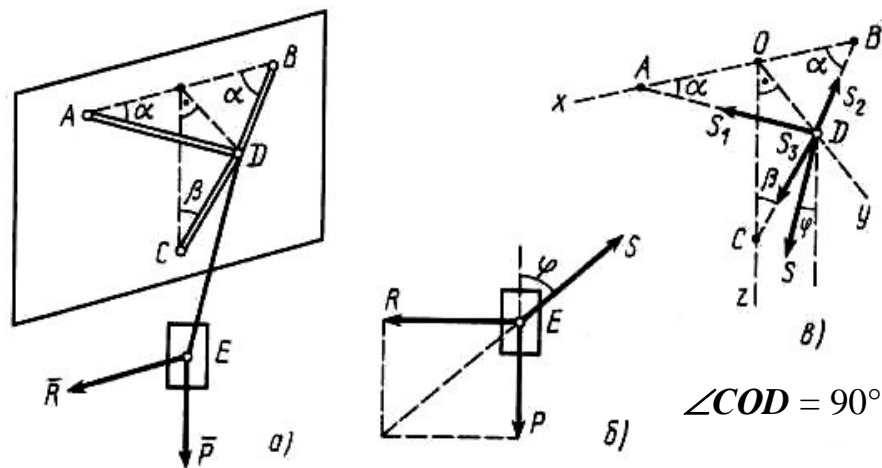


Рис. 1.

Відповідно,  $S = \sqrt{P^2 + R^2}$ , так як сили  $\vec{P}$  і  $\vec{R}$  перпендикулярні. Сила  $\vec{S}$  утворює з вертикаллю кут  $\varphi$ , для якого  $tg\varphi = \frac{R}{P}$ ,  $ctg\varphi = \frac{P}{R}$ .

Розглянемо рівновагу шарніру  $D$ . Це тіло невільне – в'язями слугують стрижні  $AD$ ,  $BD$  та  $CD$ .

3. Згідно принципу звільнення твердих тіл від в'язей, дію стрижнів на вузол  $D$  замінюємо реакціями  $\vec{S}_1$ ,  $\vec{S}_2$ ,  $\vec{S}_3$ , лінії дії яких направлені вздовж стрижнів  $AD$ ,  $BD$  та  $CD$ . Крім цих трьох сил, до шарніру  $D$  прикладена ще сила натягу тросу  $\vec{S}$ .

4. В точці  $D$ , сходяться чотири сили, що утворюють просторову систему збіжних сил  $(\vec{S}, \vec{S}_1, \vec{S}_2, \vec{S}_3)$  (рис. 1, в).

5. Виберемо вісі координат, як показано на рис. 1, в, сумістивши площину  $yOz$  з площиною, в якій діє сила  $\vec{S}_3$ . При цьому сили  $\vec{S}_1$  і  $\vec{S}_2$  будуть лежати в координатній площині  $xOy$ .

Складаємо таблицю, в яку занесемо проекції всіх сил на осі координат:

	$\vec{S}$	$\vec{S}_1$	$\vec{S}_2$	$\vec{S}_3$
$X$	$S_x = S \cdot \sin \varphi$	$S_{1x} = S_1 \cdot \cos \alpha$	$S_{2x} = -S_2 \cdot \cos \alpha$	$S_{3x} = 0$

<b>Y</b>	$S_y = 0$	$S_{1y} = -S_1 \cdot \sin \alpha$	$S_{2y} = -S_2 \cdot \sin \alpha$	$S_{3y} = -S_3 \cdot \sin \beta$
<b>Z</b>	$S_z = S \cdot \cos \varphi$	$S_{1z} = 0$	$S_{2z} = 0$	$S_{3z} = S_3 \cdot \cos \beta$

Додаючи елементи кожного рядка даної таблиці (алгебраїчна сума проєкцій всіх сил на відповідну координатну вісь) та прирівнюючи суму відповідного рядка до нуля, одержимо три рівняння рівноваги просторової системи збіжних сил  $(\vec{S}, \vec{S}_1, \vec{S}_2, \vec{S}_3)$ :

$$1). \sum_{i=1}^n S_{ix} = S_x + S_{1x} + S_{2x} + S_{3x} = S \cdot \sin \varphi + S_1 \cdot \cos \alpha - S_2 \cdot \cos \alpha + 0 = 0;$$

$$2). \sum_{i=1}^n S_{iy} = S_y + S_{1y} + S_{2y} + S_{3y} = 0 - S_1 \cdot \sin \alpha - S_2 \cdot \sin \alpha - S_3 \cdot \sin \beta = 0;$$

$$3). \sum_{i=1}^n S_{iz} = S_z + S_{1z} + S_{2z} + S_{3z} = S \cdot \cos \varphi + 0 + 0 + S_3 \cdot \cos \beta = 0.$$

**6.** Визначаємо невідомі величини, розв'язавши рівняння рівноваги.

Так як

$$\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1, \quad 1 + \frac{\sin^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} = \frac{1}{\cos^2 \varphi} \quad \text{і} \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \varphi = \frac{1}{\cos^2 \varphi}, \quad \text{то}$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{P}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{P^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{P^2 + R^2}{P^2}}} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + R^2}}.$$

Так як

$$\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1, \quad \frac{\cos^2 \varphi}{\sin^2 \varphi} + 1 = \frac{1}{\sin^2 \varphi} \quad \text{і} \quad \operatorname{ctg}^2 \varphi + 1 = \frac{1}{\sin^2 \varphi}, \quad \text{то}$$

$$\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \varphi}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{P}{R}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{P^2}{R^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{P^2 + R^2}{R^2}}} = \frac{R}{\sqrt{P^2 + R^2}}$$

Враховуючи це при розв'язанні системи рівнянь рівноваги, з третього рівняння одержимо:

$$S_3 = -\frac{S \cdot \cos \varphi}{\cos \beta} = -\frac{\sqrt{P^2 + R^2} \cdot \frac{P}{\sqrt{P^2 + R^2}}}{\cos \beta} = -\frac{P}{\cos \beta};$$

З першого рівняння рівноваги маємо:

$$S_1 - S_2 = -\frac{S \cdot \sin \varphi}{\cos \alpha} = -\frac{\sqrt{P^2 + R^2} \cdot \frac{R}{\sqrt{P^2 + R^2}}}{\cos \alpha} = -\frac{R}{\cos \alpha};$$

З другого рівняння рівноваги одержимо:

$$S_1 + S_2 = -\frac{S_3 \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = -\frac{-\frac{P}{\cos \beta} \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{P \cdot \operatorname{tg} \beta}{\sin \alpha}.$$

Звідки маємо

$$\begin{aligned} (S_1 - S_2) + (S_1 + S_2) &= -\frac{R}{\cos \alpha} + \frac{P \cdot \operatorname{tg} \beta}{\sin \alpha}, \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot S_1 &= -\frac{R}{\cos \alpha} + \frac{P \cdot \operatorname{tg} \beta}{\sin \alpha}, \Rightarrow S_1 = \frac{P \cdot \operatorname{tg} \beta}{2 \cdot \sin \alpha} - \frac{R}{2 \cdot \cos \alpha}. \\ S_2 &= \frac{P \cdot \operatorname{tg} \beta}{\sin \alpha} - S_1 = \frac{P \cdot \operatorname{tg} \beta}{\sin \alpha} - \frac{P \cdot \operatorname{tg} \beta}{2 \cdot \sin \alpha} + \frac{R}{2 \cdot \cos \alpha} = \frac{P \cdot \operatorname{tg} \beta}{2 \cdot \sin \alpha} + \frac{R}{2 \cdot \cos \alpha}. \end{aligned}$$

Реакція  $\vec{S}_2$  стрижня **BD** одержалась зі знаком «плюс», а це значить, що зроблене припущення про її напрямок правильне – вона направлена від точки **D** до точки **B** – стержень **BD** працює на розтяг. Реакції  $\vec{S}_3$  стрижня **CD** одержалась зі знаком «мінус», а це значить, що зроблене припущення про її напрямок неправильне – вона в даних умовах рівноваги шарніру **D** направлена в протилежну сторону (від точки **C** до точки **D**) – стержень **CD** працює на



стиск. Реальний напрям реакції  $\vec{S}_1$  стрижня  $AD$  в даному випадку залишається невідомим, оскільки ми не знаємо додатна вона чи від'ємна, бо нам невідомі конкретні числові значення вихідних параметрів.

Таким чином, якщо одразу не очевидно, який із стрижнів стиснутий, а який розтягнутий, то можна попередньо вважати всі стрижні стиснутими. Тоді одержане в результаті розв'язку рівнянь рівноваги від'ємне значення реакцій того чи іншого стрижня покаже, що дійсний напрямок цієї реакції протилежний прийнятому.

$$\text{Відповідь: } S_1 = \frac{P \cdot \operatorname{tg} \beta}{2 \cdot \sin \alpha} - \frac{R}{2 \cdot \cos \alpha}; \quad S_2 = \frac{P \cdot \operatorname{tg} \beta}{2 \cdot \sin \alpha} + \frac{R}{2 \cdot \cos \alpha};$$

$$S_3 = -\frac{P}{\cos \beta}; \quad S = \sqrt{P^2 + R^2}.$$

Розглянутий метод поліпшення рівня засвоєння матеріалу шляхом алгоритмізації послідовності аналітичного розв'язування задач статичного абсолютно твердого тіла можна використовувати як під час проведення практичних занять з теоретичної механіки, так і при проведенні усіх інших форм занять.

Цей вид систематизації інформації, на нашу думку, можна використовувати для вивчення великої кількості тем даного курсу, що повинно приводити, як свідчить досвід, до поліпшення ефективності вивчення матеріалу та розвитку мислення. Водночас запропонований підхід повністю відповідає ключовим тенденціям парадигми сучасної освіти: не формування у студентів набору знань, умінь і навичок з відповідних дисциплін, а формування системи та структури мислительної та практичної діяльності, яка дасть змогу їм самостійно орієнтуватись в потоці навчальної та науково-технічної інформації, вільно адаптуватись в нових соціально-економічних і технічних умовах.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Корець М.С. Професійна спрямованість фундаментальних навчальних дисциплін у фаховій підготовці вчителів технологій // Вища освіта України. – 2006. – № 1. – С. 49–53.
2. Корець М.С. Науково-технічна підготовка вчителів для освітньої галузі «Технології» // Монографія. – К. : НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2002. – 258 с.
3. Цвілик С.Д. Методологічні аспекти наступності графічної підготовки вчителя трудового навчання у педагогічних вищих навчальних закладах / Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми. // Зб. наук. пр. – Вип. 7. / Ред. кол. : І.А. Зязюн (голова) та ін. – Київ – Вінниця : ТОВ фірма «Планер», 2005. – С. 472–479.
4. Програми вищих педагогічних закладів освіти : Технічна механіка (для студентів спеціальності 7.010103 «Педагогіка і методика середньої освіти. Трудове навчання» / Укл. : Ю.П. Колосветов, М.С. Корець, І.Г. Трегуб. – К. : УДПУ ім. М.П. Драгоманова, 1998. – 12 с.
5. Теоретична механіка. Статика абсолютно твердого тіла. Частина I: Курс лекцій. Навчальний посібник для студентів вищих педагогічних навчальних закладів спеціальності «Трудове навчання (Технічна праця)» / А. І. Ткачук. – Кіровоград : РВВ КДПУ ім. В. Винниченка. – 2008. – 216 с.